Mekanik för I1 SG1109, Kontrollskrivning 1
KS1, VT10, 2009 02 18, kl 08.00-10.00

Uppgift 1:
a) Fysikaliska storheter i mekaniken har en fysikalisk dimension som kan uttryckas som produkter av potenser av dimensionerna M, L, och T, för grundstorheterna massa, längd och tid, respektive. Ange dimensionen för *tryck* med hjälp av dessa.
b) Två vektorer, $\boldsymbol{r}_1 = a\,\boldsymbol{e}_x + b\,\boldsymbol{e}_y + c\,\boldsymbol{e}_z$ och $\boldsymbol{r}_2 = c\,\boldsymbol{e}_x + a\,\boldsymbol{e}_y + b\,\boldsymbol{e}_z$, är givna. Räkna ut en vektor som är vinkelrät mot båda dessa.
c) En kraft $\boldsymbol{F}$ angriper i en punkt som har lägesvektorn $\boldsymbol{r}_P$ i det använda koordinatsystemet. Ställ upp ett uttryck för kraftens verkningslinje på parameterform.

Uppgift 2:
a) Vad menas med reduktion av ett kraftsystem? Vilka storheter karaktäriserar reduktionsresultatet?
b) En stel kropp är i jämvikt. Hur många okända storheter kan maximalt räknas ut med hjälp av de nödvändiga jämviktsvillkoren, *i*) i det allmänna fallet, *ii*) i det plana fallet?
c) En kub med kantlängden a ligger i ett koordinatsystem så att mitten är i origo och kanterna är parallella med koordinataxlarna. Avlägsna den åttondedel av kuben som ligger där x, y, z alla är negativa (< 0). Var ligger masscentrum för den nya kroppen?

Varje deluppgift ger noll, en halv, eller en (0, 0.5, 1) poäng. På denna KS 1 kan man högst få 6 poäng. På båda kontrollskrivningar tillsammans kan man få maximalt 12 poäng (halvtaliga poäng i totalsumman avrundas neråt). För godkänt fordras minst 4 poäng sammanlagt.

Tillåtna hjälpmedel: skriv- och ritdon inklusive suddgummi.

HE 10 02 18

Svar till KS1 för I1, VT10, 2010 02 18

Uppgift 1:
a) Detta finns på sidan 6, i Nybergs Mekanik Grundkurs. Tryck är ju kraft genom area. Svaret är alltså,

$$\dim(p) = \dim(F/A) = (\mathrm{ML}/\mathrm{T}^2)/(\mathrm{L}^2) = \mathrm{ML}^{-1}\mathrm{T}^{-2}.$$

b) Vektorprodukten av två vektorer är en vektor som är vinkelrät mot båda vektorer. Ett svar fås alltså av att beräkna

$$\boldsymbol{r}_1 \times \boldsymbol{r}_2 = (a\,\boldsymbol{e}_x + b\,\boldsymbol{e}_y + c\,\boldsymbol{e}_z) \times (c\,\boldsymbol{e}_x + a\,\boldsymbol{e}_y + b\,\boldsymbol{e}_z).$$

Detta ger svaret:

$$\boldsymbol{r}_1 \times \boldsymbol{r}_2 = (b^2 - ca)\,\boldsymbol{e}_x + (c^2 - ab)\,\boldsymbol{e}_y + (a^2 - bc)\,\boldsymbol{e}_z.$$

Denna vektor multiplicerad med en skalär, vilken som helst, är ockå rätt svar.

c) En formel finns i tredje stycket på sid. 13 i Nybergs Mekanik Grundkurs. Linje på parameterform diskuteras allmänt på sidan 326 (A.9 Räta linjens ekvation). Möjliga svar: $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_P + \lambda \boldsymbol{F}$ eller hellre $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_P + \lambda \boldsymbol{e}_F$.

Uppgift 2:
a) Se sid. 40, i Nybergs Mekanik Grundkurs. Svar: Ett kraftsystem kan reduceras till kraftsumman $\boldsymbol{F}$ angripande i en punkt P och momentet (momentsumman) $\boldsymbol{M}_P$ med avseende på denna punkt.

b) i) Ur $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{0}$ och $\boldsymbol{M}_P = \boldsymbol{0}$ fås *sex* skalära ekvationer och det är såldes det maximala antalet obekanta som kan bestämmas. ii) I det plana fallet fås $F_x = 0, F_y = 0, M_z = 0$ och ur detta kan maximalt *tre* okända bestämmas.

c) Man inser att masscentrum för den borttagna biten ligger i $\boldsymbol{r}_1 = -(a/4)(\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z)$. Masscentrum för hela kuben är $\boldsymbol{r}_G = \boldsymbol{0}$. Den saknade bitens masscentrum ligger då i en punkt $\boldsymbol{r}_2$ som uppfyller

$$[(m/8)\boldsymbol{r}_1 + (7m/8)\boldsymbol{r}_2]/m = \boldsymbol{0}.$$

Löses denna ekavtion fås Svaret:

$$\boldsymbol{r}_2 = (a/28)(\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z).$$

Om poängsättning

Allmänt gäller att varje deluppgift som är helt rätt besvarad ger 1 poäng.

Förkortningen *VS* står för problem med vektorstreck.

Vektorstorheter skall ha vektorstreck och skalära storheter skall ej ha vektorstreck. I allmänhet dras 0,5 poäng för denna feltyp.

OBS: I det sammanlagda KS-resultatet (KS1 + KS2) rundas halvpoäng av *nedåt* för beräkning av slutbetyg på teoridelen av tentamen.