

Mekanik för I1 SG1109, Kontrollskrivning 2

KS2, VT11, 2011 05 05, kl 10.00-12.00

Uppgift 3:

- Ställ upp kraftekvationen (Newtons andra lag) med hjälp av naturliga komponenter. Definiera införda beteckningar i en tydlig figur.
- Visa att kraften $\mathbf{F}(x, y) = -k(x \mathbf{e}_x + y \mathbf{e}_y) = -kr \mathbf{e}_r(\theta)$ är konservativ genom att ta fram potentiella energifunktionen $V(r)$.
- Definiera studstalet e . Mellan vilka gränser ligger dess värde och vad kallas stöten i de två ytterlighetfallen?

Uppgift 4:

- Beräkna rörelsemängdsmomentvektorn $\mathbf{H} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$ genom att införa cylinderkoordinater (r, θ) i det plan som spänns upp av \mathbf{r} och \mathbf{v} vid ett givet ögonblick!
- Vad krävs av kraften, och val av origo =(momentpunkt), för att \mathbf{H} skall vara en konstant vektor? Vilken information ger då $\mathbf{H} = \text{konstant}$ om rörelsen?
- En partikel med massan m rör sig längs en x -axel under inverkan av en ren fjäderkraft $F_x = -kx$. Antag att partikeln har totala energin E (=kinetisk plus potentiell, där potentiella energin antas vara noll vid origo). Beräkna det största och minsta x -värdet i rörelsen!

Varje deluppgift ger noll, en halv, eller en (0, 0.5, 1) poäng. På denna KS 2 kan man högst få 6 poäng. På båda kontrollskrivningar tillsammans kan man få maximalt 12 poäng (halvtaliga poäng i totalsumman avrundas neråt). För godkänt fordras minst 4 poäng sammanlagt.

Tillåtna hjälpmedel: skriv- och ritdon inklusive suddgummi. *Ingen elektronik!*

Svar till KS2 för I1, VT11, 2011 05 05

Uppgift 3:

a) Se avsnitten 6.7 och 7.7, sid. 146 respektive 181, i Nybergs Mekanik Grundkurs.

b) Svaret skall bli $V(r) = \frac{1}{2}kr^2$ vilket fås ur

$$V(\mathbf{r}) = - \int_{\mathbf{0}}^{\mathbf{r}} -kr \mathbf{e}_r \cdot d\mathbf{r} = \int_0^r kr dr$$

med $d\mathbf{r} = dr \mathbf{e}_r + r d\theta \mathbf{e}_\theta$.

c) Se avsnitt 9.3.1, sid. 234-5, i Nybergs Mekanik Grundkurs.

Uppgift 4:

a) Svaret är $\mathbf{H} = mr^2\dot{\theta} \mathbf{e}_z$.

b) Kraften skall vara en centrkraft och momentpunkten=origo skall ligga i det fixa kraftcentrum. Rörelsen ligger då i ett plan (xy -planet) vinkelrätt mot $\mathbf{H} = H_z \mathbf{e}_z = \text{konstant}$, och sektorshastigheten är konstant, dvs.

$$\dot{\theta} = \frac{H_z}{mr^2}.$$

c) Energin som är bevarad ges av,

$$\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 = E.$$

När x är som störst och minst gäller att partikeln vänder och då är $\dot{x} = 0$. Max och min x -värdena, x_{\pm} , måste således uppfylla,

$$\frac{1}{2}kx^2 = E$$

Vilket ger svar

$$x_{\pm} = \pm \sqrt{\frac{2E}{k}}.$$

Om poängsättning

Allmänt gäller att varje deluppgift som är helt rätt besvarad ger 1 poäng.

Förkortningen VS står för problem med vektorstreck.

Vektorstorheter skall ha vektorstreck och skalära storheter skall ej ha vektorstreck. I allmänhet dras 0,5 poäng för denna feltyp.

OBS: I det sammanlagda KS-resultatet (KS1 + KS2) rundas halvpoäng av *nedåt* för beräkning av slutbetyg på teordelen av tentamen.