

Mekanik fortsättningskurs V, 5C1114, 2003 01 13 , kl 09.00-13.00
 Problemtentamen

Uppgift 1: En stege av längden L står på ett horisontellt golv lutad mot en vertikal vägg. Stegen har börjat glida ner och dess nedre ände har farten v längs golvet. Vid en viss tidpunkt är vinkeln mellan stege och vägg θ . Vad är då stegens vinkelhastighet och dess mittpunkts hastighet (obs vektor).

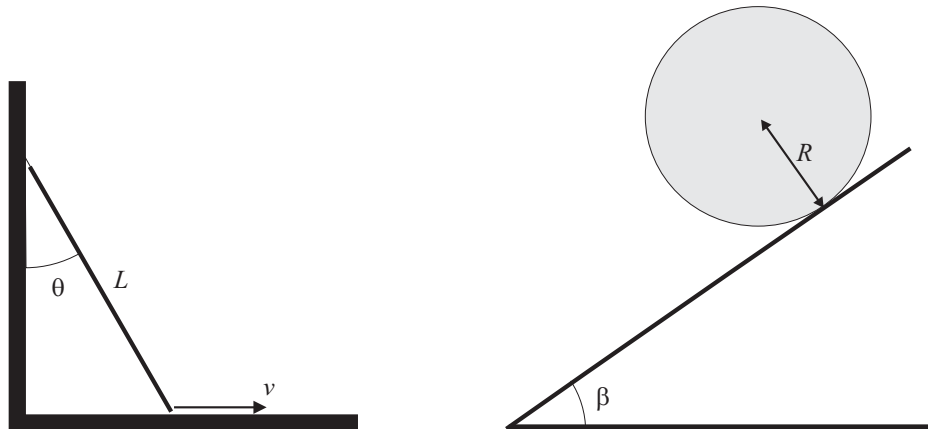


Figure 1: Bilder till Uppgift 1 respektive 2

Uppgift 2: En rät homogen cirkulär cylinder med radien R släpps från vila på ett sluttande plan, med horisontell symmetriaxel, så att den rullar ned. Planet, som bildar lutningvinkeln β med horisontalplanet, är strävt så att cylindern rullar utan att slira. Beräkna cylinderns vinkelhastighet när den rullat sträckan l längs det lutande planet.

Uppgift 3: En homogen cirkulär plan skiva med massa m och radie R roterar fritt med vinkelhastigheten ω_0 kring en fix glatt vertikal axel genom mittpunkten. En smal homogen stav, av längd $L = 2R$ och massa $M = 3m/2$, är monterad på samma axel så att den kan rotera fritt kring sin mittpunkt i ett plan vinkelrätt mot axeln och parallellt med skivans plan. Staven kan föras längs axeln och är i vila när den försiktigt bringas i kontakt med den roterande skivan. Efter ett tag gör friktionen att skivan och staven får samma vinkelhastighet. Beräkna det arbete som friktionskraften då uträttat.

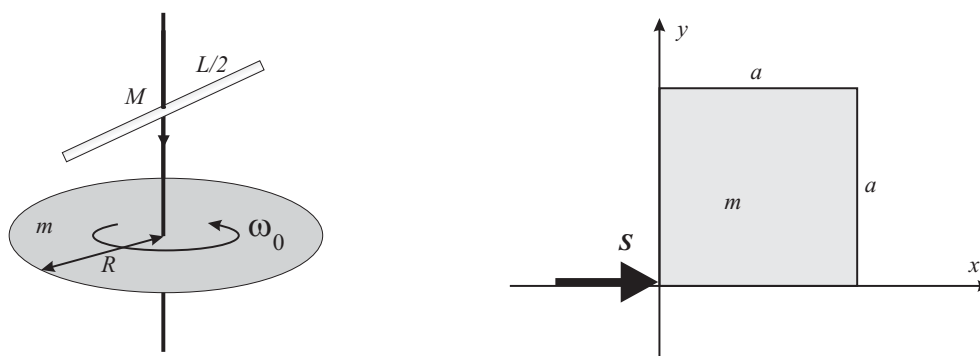


Figure 2: Bilder till Uppgift 3 respektive 4

Uppgift 4: En homogen plan kvadratisk skiva med massan m och sidan a ligger på ett glatt horisontalplan. Skivan är från början i vila. Lägg in ett koordinatsystem så att skivans ena hörn ligger i origo och axlarna är parallella med skivans sidor. Skivan träffas nu av ett slag i origo som ger den en stötimpuls, \mathbf{S} , av belopp S och parallell med x -axeln: $\mathbf{S} = S\mathbf{e}_x$. Beräkna vinkelhastighet, masscentrums hastighet samt kinetiska energin för skivan.

Teoritentamen

Uppgift 5: Två punkter, A och B , i en stel kropp har hastigheterna \mathbf{v}_A respektive \mathbf{v}_B . Om \overline{AB} är vektorn från A till B , visa att

$$\mathbf{v}_A \cdot \overline{AB} = \mathbf{v}_B \cdot \overline{AB}$$

gäller för dessa skalärprodukter.

Uppgift 6: a) Betrakta ett partikelsystem där de N partiklarna har lägesvektorer \mathbf{r}_k och massor m_k och där således $k = 1, \dots, N$. Skriv upp definitionen av kinetiska energin, T , för systemet.

b) Antag att partikelsystemet är en stel kropp med vinkelhastighetsvektor $\boldsymbol{\omega} = \dot{\theta} \mathbf{e}_z$. Härled ett uttryck för kinetiska energin för kroppen genom att införa tröghetsmoment.

Uppgift 7: I ett system som roterar med konstant vinkelhastighetsvektor $\boldsymbol{\omega} = \omega \mathbf{e}_z$ kring en fix z -axel måste man införa de fiktiva krafterna centrifugalkraft $\mathbf{F}_s = m r \omega^2 \mathbf{e}_r$ och Corioliskraft $\mathbf{F}_c = -2m\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}$. Här är r avståndet från rotationsaxeln (cylinderkoordinat) och \mathbf{v} är relativa hastigheten i det roterande systemet. m är massan för partikeln som krafterna verkar på. Beräkna arbetena för dessa båda krafter när denna partikel flyttar sig (relativt det roterande systemet) från en punkt med de Cartesiska koordinaterna $(a, 0, 0)$ till en med $(b, 0, c)$ (origo antas ligga på rotationsaxeln).

Uppgift 8: Rörelsemängdsmomentet är en vektor och betecknas i kursen med \mathbf{H} (ibland används även \mathbf{L}). Rörelsemängdsmomentet för ett partikelsystem, med avseende på en fix punkt O , sägs ha två delar. a) Skriv upp dessa, definiera ingående storheter och förklara vad delarna betyder. b) Vilken av de två delarna försvinner om systemet bara har en partikel? c) Vad händer om momentpunkten sammanfaller med systemets masscentrum?

Problem- och teoritentamen är olika tentamina som vid godkänt ger 2 respektive 1 kurspoäng. Varje uppgift ger högst 3 (tentamens)poäng. På vardera delen kan man högst få 12 poäng och för godkänt fordras minst 4 poäng. Har du klarat kontrollskrivningar är teoridelen redan godkänd. För att kursen skall vara klar i sin helhet måste du också ha fått godkänt på inlämningsuppgifter som är värda 1 kurspoäng.

Tillåtna hjälpmedel: skriv- och ritdon inklusive suddgummi.