

Kontrollskrivning nummer 2 i Mekanik mindre kurs SG1102 för E2

Arne Nordmark, Mekanik, KTH

2009-10-07, kl 8.00–10.00

Enda tillåtna hjälpmedel: skriv- och ritdon inklusive suddgummi.

Uppgifterna 1 och 2 skall lämnas in på *separata papper*.

1. (a) En partikel rör sig mellan två punkter P_1 och P_2 under inverkan av en kraft $\mathbf{F}$. Definiera kinetisk energi T och arbetet $U_{1\rightarrow 2}$ som kraften har utfört, och visa att skillnaden i kinetisk energi är lika med arbetet.
(b) Vad krävs för att en kraft $\mathbf{F}$ skall vara konservativ? Om kraften är konservativ, definiera dess potentiella energi V och visa hur arbetet enligt (a) kan beräknas med hjälp av den.
(c) I en referensram som roterar runt z -axeln med konstant vinkelhastighet $\omega \mathbf{e}_z$ verkar det som om partiklar påverkas av en centrifugalkraft $\mathbf{F}_c = m\omega^2 r \mathbf{e}_r$ i cylinderkomponenter. Visa att centrifugalkraften är konservativ med potentiell energi $V_c = -m\omega^2 r^2/2$. (I cylinderkomponenter är $d\mathbf{r} = \mathbf{v}dt = dr\mathbf{e}_r + r d\theta \mathbf{e}_\theta + dz\mathbf{e}_z$.)
2. (a) Definiera rörelsemängdsmomentet $\mathbf{H}_O$ och kraftmomentet $\mathbf{M}_O$, och visa att momentekvationen $\dot{\mathbf{H}}_O = \mathbf{M}_O$ gäller för en partikel.
(b) En partikel rör sig under inverkan av en centrkraft. Använd momentekvationen för att visa att partikeln rör sig i ett plan.
(c) En partikel rör sig i planet $z = 0$. Låt A vara den yta som radien från origo har svept över sedan $t = 0$. Det är känt att $dA = r^2 d\theta/2$, där r och θ är cylinderkoordinater för partikeln. Visa att om partikeln endast påverkas av en centrkraft, så är sektorhastigheten $\dot{A}$ en konstant.