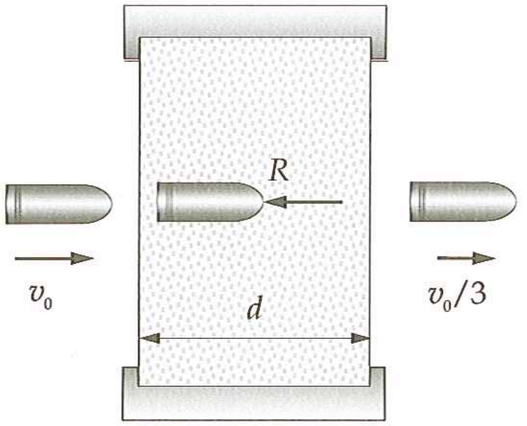


Projektilen påverkas av en bromsande kraft, vars medelvärde vi ska bestämma. Vi antar därför att R är medelvärdet av kraften som då förstås är en konstant. Kraften verkar under en tid, som är ointressant, då angreppspunkten flyttas en sträcka d. Kraften utför ett arbete som här betyder en minskning av den kinetiska energin. Arbetet för en konstant kraft kan beräknas som " kraft gånger väg"

Lagen om arbetet: $$U_{0\to 1} = T_1 - T_0 \tag{1}$$

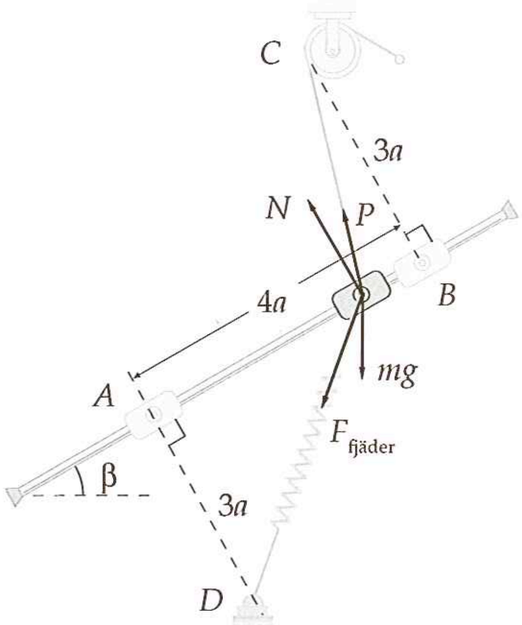
ger $$-R \cdot d = \frac{1}{2} m \left(\frac{v_0}{3}\right)^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 \tag{2}$$

$$\underline{\underline{R = \frac{4 m v_0^2}{9d}}} \tag{3}$$

Impulsen bestäms med impulslagen, som säger att kraftens impuls är lika med förändringen i rörelsemängd:

$$\text{Impulsen } = m\frac{v_0}{3} - m v_0 = -\frac{2 m v_0}{3} \tag{4}$$

För en konstant kraft är impulsen = kraft gånger tid



Frilägg först hylsan. De krafter som verkar på den under rörelsen på den glatta stången är

tyngdkraften	mg
normalkraften	N
dragkraften	P
fjäderkraften	$k\Delta l$

där k är fjäderkonstanten och Δl förlängningen från den naturliga längden.

Från ett viloläge skall hylsan dras till ett annat läge där farten är given. I det här fallet skall den vara noll. Frågeställningen är alltså av typ fart som funktion av läget och den problemtypen behandlas enklast med en energilag. Vi börjar med att bestämma krafternas arbetet vid hylsans förflyttning från A till B.

Normalkraften N är vinkelrät mot förflyttningen och gör därför inget arbete. Tyngdkraftens arbete är kraften gånger den vertikala förflyttningen. För en lutningsvinkel $\beta = 30°$ fås:

$$U_{mg} = -mg \cdot 4a\sin\beta = -2mga \tag{1}$$

Kraften P är konstant och arbetet är kraften gånger angreppspunktens förflyttning i kraftens riktning. Eftersom trådens längd till vänster om trissan först är $5a$ och sedan $3a$ måste förflyttningen av angreppspunkten vara $2a$.

$$U_P = P \cdot 2a \tag{2}$$

Fjäderkraftens arbete måste bestämmas genom integration eftersom den inte är konstant. Detta har gjorts i teorin och resultatet utnyttjas här direkt:

$$U_{\text{fjäderkraft}} = -\frac{1}{2}k(\Delta l)^2 \tag{3}$$

Fjäderns förlängning i B är $2a$. Fjäderkraftens arbete blir då enligt (3)

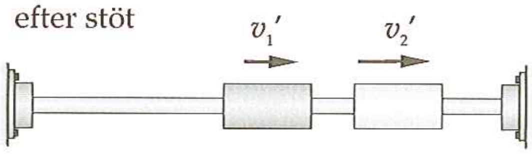
$$U_{\text{fjäderkraft}} = -\frac{1}{2}\cdot\frac{mg}{a}(2a)^2 = -2mga \tag{4}$$

Lagen om arbetet (eller lagen om den kinetiska energins förändring)

$$U_{A-B} = T_B - T_A \tag{5}$$

ger:

$$-2mga - 2mga + P\cdot 2a = 0 - 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{P = 2mg}}$$



Eftersom det inte finns några yttre krafter på hela systemet (de två hylsorna) i rörelseriktningen bevaras rörelsemängden enligt impulslagen:

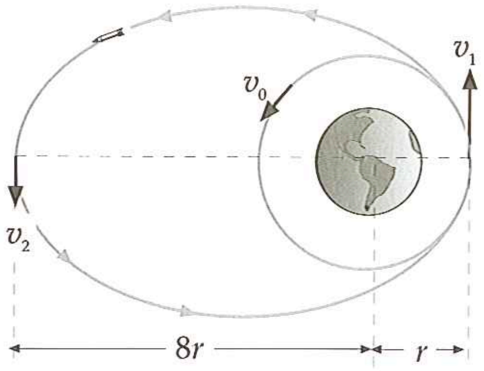
$$\rightarrow: \quad m\cdot 2v - mv = mv_1' + mv_2' \qquad (1)$$

där v_1' och v_2' är hastigheterna efter stöt.

Studstalets definition ger
$$e = -\frac{v_2' - v_1'}{-v - 2v} \qquad (2)$$

Ekvationerna (1) och (2) ger resultatet

$$v_1' = \frac{1}{2}(1-3e)v = -0.4v$$
$$v_2' = \frac{1}{2}(1+3e)v = 1.4v$$



Rymdfarkosten påverkas endast av gravitationskraften från jorden. För en cirkelrörelse med radien r kan den aktuella farten bestämmas med kraftekvationens normalkomponent:

$$m\frac{v_0^2}{r} = mg\frac{R^2}{r^2} \quad \Rightarrow \quad (1)$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{gR^2}{r}} \quad (2)$$

Gravitationskraften är en *centralkraft*. Kraftmomentet $\mathbf{M}_O$ med avseende på jordens centrum är noll, vilket då enligt momentekvationen $\mathbf{M}_O = \dot{\mathbf{H}}_O$ betyder att rörelsemängdsmomentet $\mathbf{H}_O$ är en rörelsekonstant. Rörelsemängdsmomentets komponent vinkelrätt mot rörelsens plan bevaras:

$$r \cdot mv_1 = 8r \cdot mv_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = v_1/8 \quad (3)$$

Gravitationskraften är också *konservativ* med en känd potentialfunktion så att den mekaniska energin bevaras enligt

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2 \quad (4)$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - mg\frac{R^2}{r} = \frac{1}{2}mv_2^2 - mg\frac{R^2}{8r} \quad (5)$$

Eliminera nu ointressanta v_2 genom att sätta in (3):

$$v_1^2 - \frac{1}{64}v_1^2 = 2g\frac{8R^2}{8r} - 2g\frac{R^2}{8r} \quad (6)$$

$$\frac{63}{64}v_1^2 = \frac{14gR^2}{8r} \quad \Rightarrow \quad v_1 = \frac{4}{3}\sqrt{\frac{gR^2}{r}} \quad (7)$$

Ekv (2) ger då att $v_1 = \frac{4}{3}v_0$

Svar: Farten v_1 måste vara $\frac{4}{3}$ gånger större än v_0