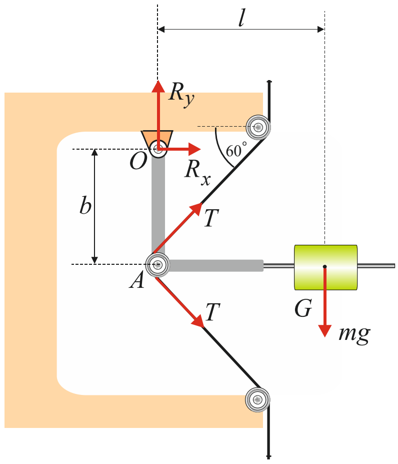
Institutionen för Mekanik
Nicholas Apazidis
tel: 790 7148
epost: nap@mech.kth.se
hemsida: http://www.mech.kth.se/~nap/

SG1112-20180824

Lösningar



1) Frilägg OAG och formulera momentjämvikten kring O:

$$\curvearrowleft O: \; 2Tb\underbrace{\cos 60°}_{1/2} - mgl = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{T = \frac{l}{b}mg}}$$

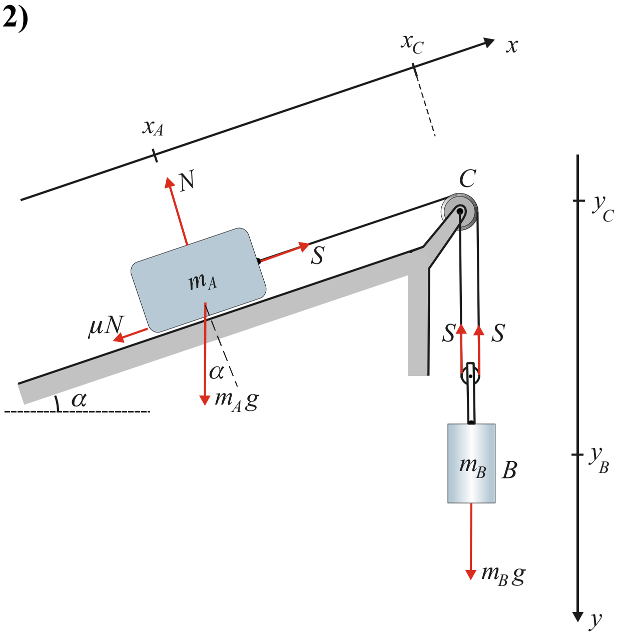
2) Kraftjämvikten för länken OAG ger

$$\rightarrow: \quad R_x + 2T\cos 60 = 0 \quad \Rightarrow \quad R_x = -T = -\frac{l}{b}mg$$

$$\uparrow: \quad R_y - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad R_y = mg$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{R = \sqrt{1 + \frac{l^2}{b^2}}\, mg}}$$

2)



1) Trådlängden är konstant vilket ger

$$x_C - x_A + 2(y_B - y_C) = C$$

Tidsderivera detta samband för att få

$$2\dot{y}_B - \dot{x}_A = 0 \quad \Rightarrow \quad \ddot{x}_A = 2\ddot{y}_B \qquad (1)$$

2) Betrakta partikeln A och ställ upp kraftekvationen i planets riktning

$$\nearrow: \quad m_A\ddot{x}_A = S - \mu m_A g\cos\alpha - m_A g\sin\alpha \qquad (2)$$

Betrakta partikeln B och ställ upp kraftekvationen i vertikalriktningen

$$\downarrow: \quad m_B\ddot{y}_B = m_B g - 2S \qquad (2)$$

Eliminera spännkraften från (2) och använd (1)

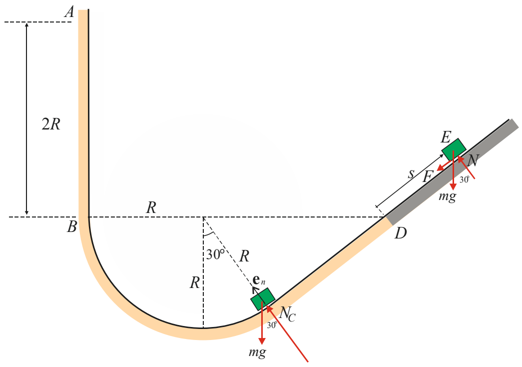
$$S = 2m_A\ddot{y}_B + m_A g\cos\alpha(\mu + \tan\alpha)$$

Detta tillsammans med (3) ger

$$(m_B + 2m_A)\ddot{y}_B = m_B g - 2m_A g\cos\alpha(\mu + \tan\alpha) \quad \text{och slutligen}$$

$$\underline{\underline{\ddot{y}_B = \frac{m_B - 2m_A\cos\alpha(\mu + \tan\alpha)}{m_B + 4m_A}g}} \qquad \underline{\underline{\ddot{x}_A = 2\ddot{y}_B}}$$

3)



1) Formulera kraftekvationen i normalriktningen i C:

$$\mathbf{e}_n: \quad m\frac{v_C^2}{R} = N_C - mg\underbrace{\cos 30}_{\sqrt{3}/2} \quad \Rightarrow$$

$$N_C = \frac{\sqrt{3}}{2}mg + m\frac{v_C^2}{R} \quad (1)$$

2) Energiekvationen mellan A och C ger

$$\frac{1}{2}mv_C^2 - mgR\left(2+\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad v_C^2 = \left(4+\sqrt{3}\right)gR$$

Insättning i (1) ger den sökta normalkraften C enligt

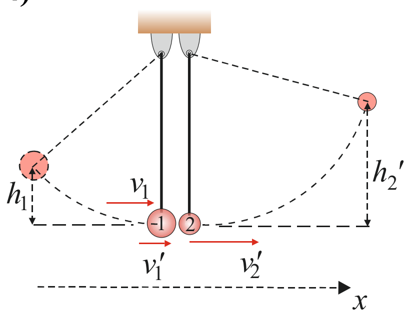
$$N_C = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 4 + \sqrt{3}\right)mg = \underline{\underline{\frac{3\sqrt{3}+8}{2}mg}}$$

3) Lagen om den kinetiska energin mellan A och E ger

$$U_{A-E} = T_A - T_E \text{ eller } 2mgR - mgs\underbrace{\sin 30}_{1/2} - \mu mgs\underbrace{\cos 30}_{\sqrt{3}/2} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mgs\left(\sqrt{3}\,\mu + 1\right) = 2mgR \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{s = \frac{4}{1+\sqrt{3}\,\mu}R}}$$

4)



1) Rörelsemängden för hela systemet bevaras under stöten

$$\rightarrow: \quad p_x = p_x' \quad \Rightarrow \quad 2mv_1 = 2mv_1' + mv_2'$$

$$\Rightarrow \quad 2v_1' + v_2' = 2v_1 \quad (1) \qquad \text{där } v_1 = \sqrt{2gh_1}$$

2) Definitionen av studstalet ger

$$e = \frac{v_{2x}' - v_{1x}'}{v_{1x} - v_{2x}} = \frac{v_2' - v_1'}{v_1} \quad \Rightarrow \quad v_2' - v_1' = ev_1 \quad (2)$$

3) Bestäm den mindre partikelns hastighet efter kollisionen.

$$(1) + 2\cdot(2) \quad \Rightarrow \quad 3v_2' = 2(1+e)v_1 \quad \Rightarrow \quad v_2' = \frac{2}{3}(1+e)v_1$$

4) Energiekvationen efter stöten ger höjden h_2' enligt

$$\frac{1}{2}mv_2'^2 = mgh_2' \quad \Rightarrow \quad h_2' = \frac{v_2'^2}{2g} = \frac{2(1+e)^2 v_1^2}{9g} = \underline{\underline{\frac{4}{9}(1+e)^2 h_1}}$$