

Tentamen i SG1112 Mekanik I

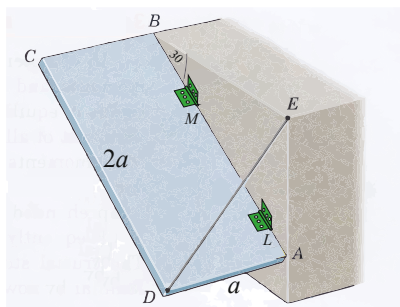
Varje uppgift ger högst 6 poäng. Skrivtid: 5 h

OBS! Uppgifterna 1- 8 skall inlämnas på **separata** papper. **Inga hjälpmedel** förutom papper, penna, linjaler.

Lycka till!

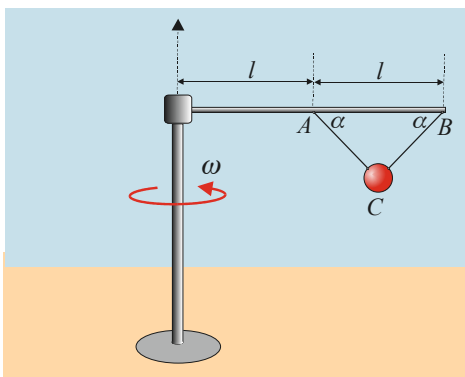
Problem

1)



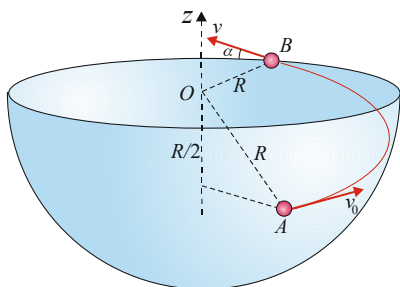
En homogen rektangulär skiva med massan m och med sidorna a och $2a$ är fäst med två glatta gångjärn i L och M vid en vertikal vägg enligt figuren. Skivans sida BC är horisontell medan sidan AB bildar vinkeln 30° med den horisontella kanten BE . Skivan hålls i jämvikt med hjälp av vajern DE . Bestäm spännkraften S som uppstår i vajern.

2)



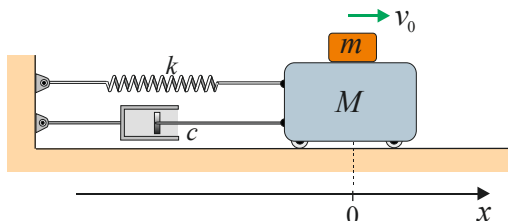
En partikel C med massan m är upphängd med två lika linor AC och BC som bildar lika vinklar α med en horisontell stång som roterar med en konstant vinkelhastighet ω kring den vertikala axeln enligt figuren. Avståndet från axeln till A är l och är lika med avståndet mellan A och B . Bestäm spännkrafterna S_1 i AC och S_2 i BC . Bestäm också minsta vinkelhastigheten ω_{\min} för vilken linan BC slaknar.

3)



Betrakta en partikel inuti en glatt halvsfärisk skål med radien R . Partikeln ges en horisontell hastighet v_0 då den befinner sig på halva radiens djup under högsta nivån. Hastigheten är tillräckligt stor för partikeln att nå skålens rand. Bestäm den maximala vinkeln α mellan partikelns hastighetsriktning vid randen och horisontalen som kan uppnås genom att variera begynnelsehastighetens belopp v_0 .

4)



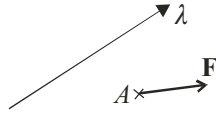
Betrakta en liten vagn med massan M som kan rulla fritt längs ett horisontellt spår. Vagnen är fäst med en fjäder med fjäderkonstanten k och en dämpare med dämpningskonstanten c vid en vägg enligt figuren. Systemet är kritiskt dämpat. En liten partikel med massan m vilar på vagnen. Vagnen med partikeln har en hastighet v_0 då de passerar jämviktsläget $x = 0$. Bestäm det minsta värdet på friktionstalet μ mellan vagnen och partikeln som krävs för att partikeln inte skall glida under den fortsatta rörelsen.

V.g. vänd!

Teori

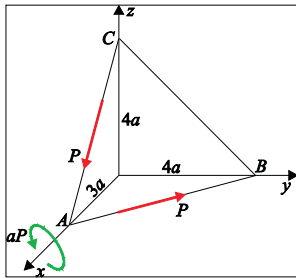
5) a. Definiera vad som menas med två ekvimomenta kraftsystem $(\mathbf{F}_1)_1, \dots, (\mathbf{F}_n)_1$ och $(\mathbf{F}_1)_2, \dots, (\mathbf{F}_m)_2$ samt visa att de har lika moment med avseende på alla punkter. (2p)

b.



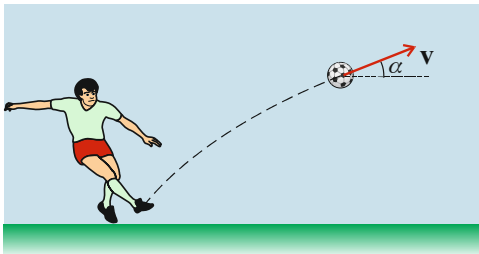
Definiera vad som menas med momentet M_λ av kraften \mathbf{F} angripande i A med avseende på axeln λ och visa att det är oberoende av momentpunkten på axeln. (2p)

c.



Betrakta ett kraftsystem bestående av två krafter vardera med beloppet P och riktningarna enligt figuren samt ett kraftparsmoment med beloppet aP och riktningen längs x -axeln enligt figuren. Bestäm om detta system har en enkraftsresultant och ange den i så fall. Motivera ditt svar. (2p)

6) a.



Betrakta bollen som sparkas av en spelare. Vid det betraktade ögonblicket är bollens fart $v = 10 \text{ m/s}$ och dess hastighetsriktning bildar vinkeln $\alpha = 30^\circ$ med horisontalen. Bollen antas vara påverkad av endast tyngdkraften. I detta ögonblick bestäm bollens fartändring \dot{v} samt banans krökningsradie ρ . (2p)

Vid beräkningar använd $g = 10 \text{ m/s}^2$.

b. Härled lagen om den kinetiska energin (dvs. sambandet mellan arbetet och ändringen av den kinetiska energin) för en partikel. (2p)

c. Definiera vad som menas med en konservativ kraft och härled uttrycket för konservativa kraftens arbete U_{1-2} . (2p)

7) a. Definiera rörelsemängdsmomentet \mathbf{H}_O för en partikel och härled momentekvationen. (2p)

b. Betrakta två partiklar som sammanstötter och visa att deras totala rörelsemängd bevaras under stöt. (2p)

c. Betrakta en partikel som rör sig under inverkan av en centrkraft och bevisa att partikelbanan ligger i ett fixt plan genom kraftcentrum. (2p)

8) a. Betrakta en partikel som rör sig under inverkan av en centrkraft. Rita en tydlig figur, härled uttrycket för sektorhastigheten \dot{A} i cylinderkoordinater samt visa att den är konstant under centralrörelse. (2p)

b. Ställ upp svängningsekvationen för fri dämpad svängning och ange villkoren på dämpningsfaktorn ζ som resulterar i: I – stark dämpning; II – kritisk dämpning och III – svag dämpning. (2p)

c. Formulera svängningsekvationen och bestäm den partikulära lösningen för fallet påtvingad odämpad svängning. (2p)



TREVLIIG SOMMAR!