

## Tentamen i SG1112 Mekanik I

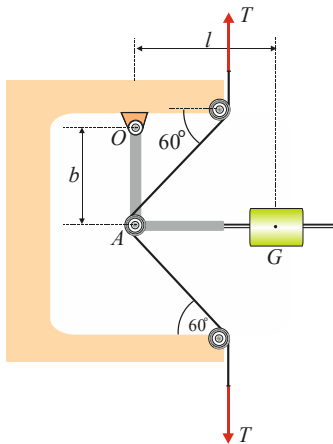
Varje uppgift ger högst 6 poäng. Skrivtid: 5 h

**OBS!** Uppgifterna 1- 8 skall inlämnas på **separata** papper. **Inga hjälpmedel** förutom papper, penna, linjaler.

**Lycka till!**

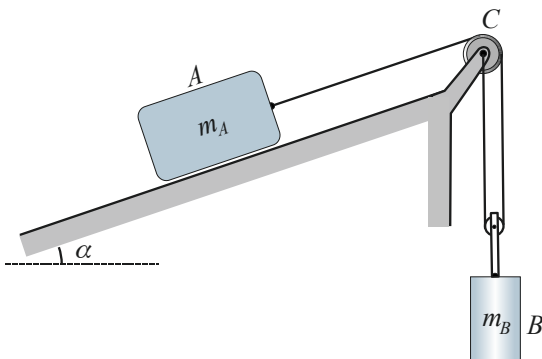
### Problem

1)



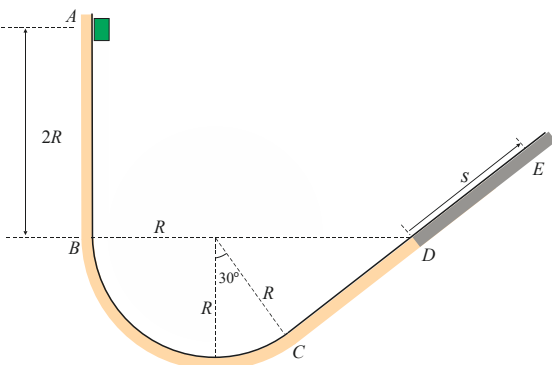
Betrakta anordningen i figuren för bestämning av spännkraften  $T$  i en kabel. Armen  $OAG$  bildar en stel kropp med  $90^\circ$ -vinkeln mellan  $OA$  och  $AG$ . För att hålla armen  $AG$  i ett horisontellt läge med motvikten med massan  $m$  på avståndet  $l$  från  $A$  behövs det ett bestämt värde på spännkraften  $T$ . Bestäm spännkraften  $T$  för givna värden på  $l$ ,  $m$  och  $b$  samt med den angivna vinkeln mellan kabeln och horisontalriktningen. Bestäm också beloppet av reaktionskraften  $R$  i  $O$ . Alla övriga massor är försumbara jämfört med motviktens massa samt alla leder och trissor är glatta.

2)



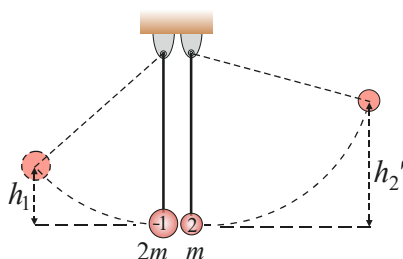
Betrakta två partiklar  $A$  och  $B$  med massorna  $m_A$  och  $m_B$  förenade med en lina enligt figuren. Partikeln  $A$  kan glida längs ett strävt lutande plan med lutningsvinkeln  $\alpha$ . Friktionstalet mellan partikeln och planet är  $\mu$ . Bestäm partiklarnas accelerationer. Bortse från trissorernas massor.

3)



Betrakta ett spår i vertikalplanet enligt figuren. En liten partikel med massan  $m$  släpps från punkten  $A$  på höjden  $2R$  rakt ovanför punkten  $B$  där den vertikala sträckan  $AB$  övergår i ett cirkulärt spår  $BC$ . Bestäm normalkraften  $N_C$  på partikeln från spåret strax innan  $C$  (dvs. på den cirkulära delen). Spåret blir rakt igen i  $C$ . Spåret  $ABCD$  är glatt men blir strävt efter  $D$  med friktionstalet  $\mu$ . Bestäm längden  $s$  på sträckan som partikeln kommer att glida efter  $D$  innan den stannar i  $E$ .

4)



Betrakta två partiklar med massorna  $2m$  respektive  $m$  upphängda enligt figuren. Partikeln med massan  $2m$  släpps från vila från höjden  $h_1$  och träffar partikeln med massan  $m$  som befinner sig i vila. Bestäm den maximala höjden  $h_2'$  som den mindre partikeln kommer att uppnå efter stöten om studstalet är  $e$ .

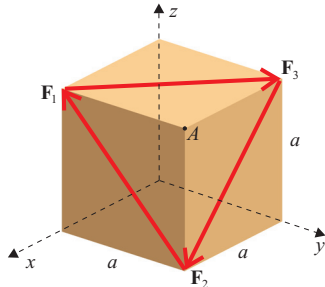
**V.g. vänd!**

## Teori

5) a. Definiera vad som menas med ett kraftpar och visa att kraftparsmomentet är oberoende av momentpunkten. (2p)

b. Formulera och bevisa Pappus II sats om en massbelagd homogen plan yta som roteras kring  $x$ -axeln. (2p)

c.



Betrakta ett kraftsystem bestående av 3 krafter vardera med beloppet  $P$  som verkar längs en kubs sido-diagonaler enligt figuren. Längden på kubens sida är  $a$ . Bestäm detta systems reduktionsresultat i  $A$ . Kan detta system reduceras till (vara ekvivalent med) en enda kraft? Motivera ditt svar.

(2p)

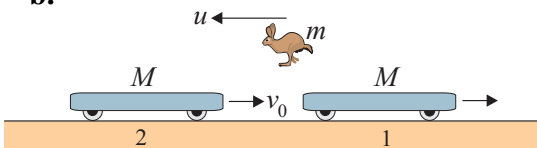
6) a. Definiera cylinderkoordinater och härled uttrycket för partikelns hastighet och acceleration i cylinderkoordinaterna. Nödvändiga derivator av enhetsvektorerna måste härledas. (2p)

b. Härled lagen om den kinetiska energin, dvs. sambandet mellan ändringen av kinetiska energin och arbetet. (2p)

c. Definiera vad som menas med en konservativ kraft och härled uttrycket för fjäderkraftens potentiella energi  $V$  (2p)

7) a. Betrakta en konservativ kraft  $\mathbf{F}$  och härled uttrycket för kraftens arbete från  $\mathbf{r}_1$  till  $\mathbf{r}_2$  i termer av dess potentiella energi. (2p)

b.



Två små vagnar vardera med massan  $M$  rullar fritt med lika hastigheter  $v_0$  längs ett horisontellt underlag.

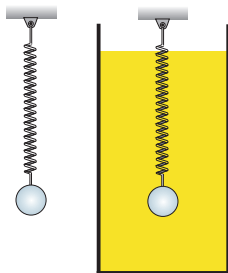
En hare med massan  $m$  som i början sitter på den första vagnen hoppar bakåt och landar på den andra vagnen. Vid hoppet är harens horisontella hastighet *relativt den första vagnen* uppmätt till  $u$ . Bestäm vagnarnas hastigheter  $v_1$  resp  $v_2$  efter landningen. (2p)

c. Definiera vad som menas med partikelns rörelsemängdsmoment  $\mathbf{H}_O$  samt formulera och bevisa momentekvationen för partikeln. (2p)

8) a. Betrakta en partikel som rör sig under inverkan av en centrkraft. Rita en tydlig figur, härled uttrycket för sektorhastigheten  $\dot{A}$  samt visa att den är konstant under centralrörelse. (2p)

b. Vid härledning av Binets formel vid centralrörelse visar man bl. a. att  $\dot{r} = -h \frac{du}{d\theta}$ . Ange vad är  $h$  och  $u$  här och härled det angivna sambandet. (2p)

c.



Betrakta en partikel med massan  $m$  upphängd i en lätt fjäder med fjäderkonstanten  $k$  som först utför fria odämpade svängningar i luften med perioden  $\tau_n$  varefter den placeras i en behållare med viskös vätska där den utför fria svagt dämpade svängningar med perioden  $\tau_d$ . Man observerar följande samband mellan perioderna,  $\tau_d = \frac{2}{\sqrt{3}} \tau_n$ .

Bestäm dämpningskonstanten  $c$  i fallet dämpade svängningar. (2p)