Institutionen för Mekanik
Nicholas Apazidis
tel: 790 7148
epost: nap@mech.kth.se
hemsida: http://www.mech.kth.se/~nap/

SG1112-20190601

Tentamen i SG1112 Mekanik I

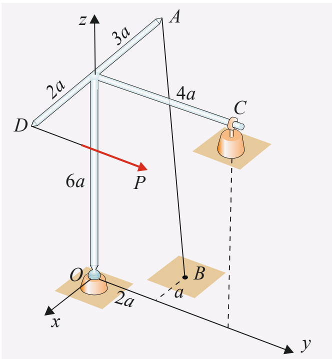
Varje uppgift ger högst 6 poäng. Skrivtid: 5 h

OBS! Uppgifterna 1- 8 skall inlämnas på **separata** papper. **Inga hjälpmedel** förutom papper, penna, linjaler.

Lycka till!

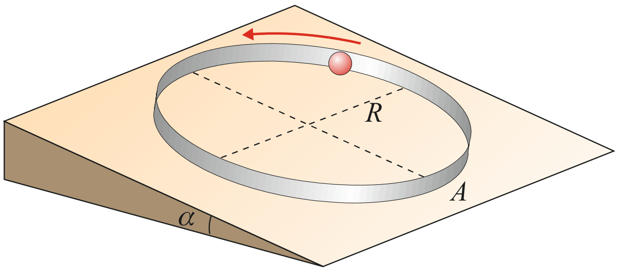
Problem

1)



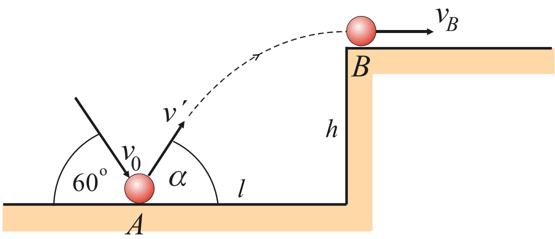
Betrakta en lätt men hållfast mastkonstruktion i figuren. Masten är fäst i fundamentet med en lättrörlig kulled i O. Änden C går genom en cylinderled också den friktionsfri. En lina är spänd mellan änden A och marken i B. Masten påverkas i D av en horisontell kraft som är parallell med $y-$ axeln och har beloppet P. Bestäm beloppet av spännkraften S i linan. Bortse från mastens tyngd och använd dimensionerna i figuren.

2)



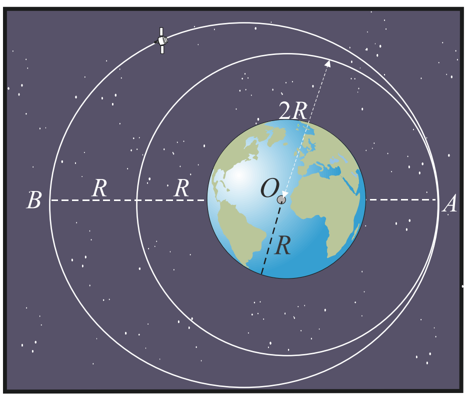
En partikel med massan m rör sig på insidan av en cirkelformad skena med radien R som är fäst på ytan av ett lutande plan med lutningsvinkeln α. Partikeln ges i den lägsta punkten A en tillräckligt stor fart v som möjliggör dess rörelse längs skenan. Man observerar att normalkraften från skenan på partikeln i A har halverats efter ett varv på grund av friktionen mot skenan. Bestäm friktionsförlusterna eller friktionskrafternas arbete då partikeln har rört sig ett varv från A och åter till A. Antag att planet är glatt.

3)



En boll studsar från ett horisontellt underlag i punkten A. Underlaget är glatt vilket betyder att bollen inte får någon stötimpuls från golvet i den horisontella riktningen. Bollens fart strax före stöten är v_0 och hastighetsriktningen bildar vinkeln 60° med horisontalen enligt figuren. Efter stöten kommer partikeln att landa med horisontell hastighet i punkten B på en horisontell yta. Bestäm vinkeln α, avståndet l och höjden h om studstalet mellan bollen och underlaget är $e = 0,5$.

4)



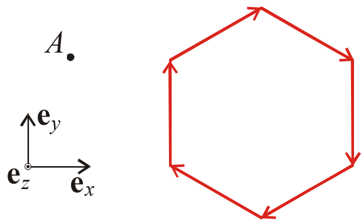
En rymdfarkost kretsar kring jorden längs en cirkulär bana med radien $2R$, där R är jordens radie. Rymdfarkostens fart ökas under ett kort intervall i punkten A. Detta leder till att farkostens bana ändras till en elliptisk bana enligt figuren. Den närmaste punkten på den elliptiska banan till jordens centrum är A på avståndet $2R$ och den mest avlägsna är B på avståndet $3R$. Bestäm kvoten mellan farkostens *totala* energi $E = T + V$, på den elliptiska och cirkulära banan, E_{ell} / E_{cirk}.

Teori

5) a. Visa att kraftmomentet M_λ av en kraft angripande i A med avseende på en axel är oberoende av momentpunkten på axeln. (2p)

b. Utgå från definitionen av två ekvimomenta kraftsystem $(\mathbf{F}_1)_1,\ldots,(\mathbf{F}_n)_1$ och $(\mathbf{F}_1)_2,\ldots,(\mathbf{F}_m)_2$ och visa att de har lika moment med avseende på alla punkter. (2p)

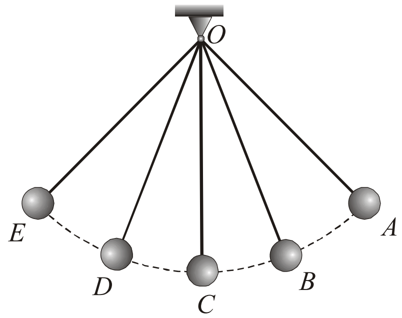
c.



Betrakta ett kraftsystem som bildar en symmetrisk sexhörning (hexagon) med sidan a. Varje krafts belopp är lika med P. Bestäm detta kraftsystems reduktionsresultat (kraftsumma och kraftmoment) med avseende på en punkt A som ligger i samma plan. Kan detta kraftsystem ha en enkraftsresultant? (2p)

6) a. Härled hastighetens och accelerationens komponenter i cylinderkoordinater. Det krävs att ortsvektorn anges och att enhetsvektorernas tidsderivator härleds. (2p)

b.



Betrakta en partikelpendel som består av en partikel upphängd i en tråd som är fäst i punkten O. Antag att pendeln släpps från vila i punkten A och utför svängningar i vertikalplanet mellan de två yttersta lägena A och E. Rita tydligt ut partikelns accelerationsriktningar i A, B, C, D, och E. Punkten C är den lägsta punkten på banan. (2p)

c. Definiera rörelsemängdsmomentet $\mathbf{H}_O$ för en partikel och härled momentekvationen. (2p)

7) a. Formulera och bevisa lagen om den kinetiska energin. (2p)

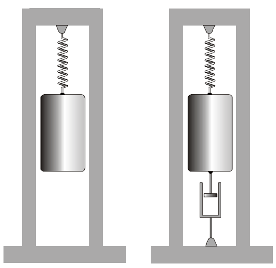
b. Utgå från lagen om den kinetiska energin och härled den mekaniska energilagen för ett konservativt kraftfält. (2p)

c. Härled uttrycket för potentiella energin V för den allmänna gravitationskraften. (2p)

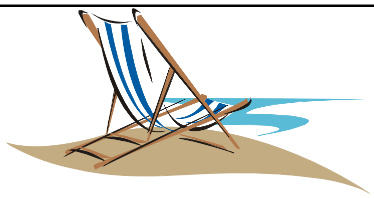
8) a. Rita en tydlig figur och härled uttrycket för sektorhastigheten $\dot{A}$ vid centralrörelse samt visa att den är konstant. (2p)

b. Härled uttrycket för radialkomponenten av accelerationen vid centralrörelse (Binets formel) (2p)

c.



Betrakta en partikel upphängd i en lätt fjäder som först utför fria odämpade svängningar med perioden τ_n varefter man fäster en viskös dämpare till partikeln så att den utför fria svagt dämpade svängningar med perioden τ_d. Man observerar följande samband mellan perioderna, $\tau_d = \dfrac{2}{\sqrt{3}}\tau_n$. Bestäm värdet på dämpningskvoten ζ i det andra fallet. (2p)



TREVLIG SOMMAR!