

Dynamique d'un réseau bidimensionnel de colonnes liquides tombantes

Philippe BRUNET, Laurent LIMAT et Denis VALLET

Laboratoire de Physique et Mécanique des Milieux Hétérogènes, UMR 7636 du CNRS, ESPCI, 10, rue Vauquelin 75005 PARIS FRANCE
Courriel : brunet@pmmh.espci.fr

(Reçu le jour mois année, accepté après révision le jour mois année)

Résumé.

© 2001 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

Ecoulements à surface libre / Système cellulaire

Nous étudions la structure et la dynamique d'un système bidimensionnel de colonnes liquides sous un poreux alimenté. Le réseau est à peu près hexagonal, l'espacement entre rangées variant en fonction du débit autour de la longueur d'onde de l'instabilité de Rayleigh-Taylor d'une couche mince (compétition gravité-capillarité). Il existe un couplage fort entre la déformation de la couche liquide entre deux colonnes et le mouvement relatif de celles-ci. Une dynamique collective riche en résulte : migrations de colonnes, oscillations, transition vers le chaos spatio-temporel. Une comparaison est abordée avec l'expérience de la coupelle circulaire, analogue unidimensionnel de cette expérience. Une différence fondamentale apparaît : le processus de propagation du désordre par contamination semble inhibé à deux dimensions. La coexistence entre domaines statiques et domaines turbulents montrerait des fronts de séparation relativement stables.

Dynamics of a bidimensional pattern of falling liquid columns

Abstract.

© 2001 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

Free-surface flows / Cellular patterns

We report investigations of the structure and dynamics of a bidimensional array of liquid columns. This pattern is generated by destabilization of a viscous layer by gravity, under a porous media continuously fed with liquid. Competition between gravity and stabilizing capillary effects leads to a wavelength close to the most unstable one in the Rayleigh-Taylor instability on a thin layer. A strong coupling between the local deformation of the layer and the motion of columns leads to collective dynamical behaviors: drifts and oscillations of column position, spatio-temporal chaos. Comparisons are drawn with the one-dimensional system called "circular fountain". A fundamental difference is found: the contamination process which was responsible for the spreading of disorder does not seem to appear here. Static and turbulent domains seem to co-exist with steady separative fronts.

Note présentée par Prénom NOM

S1620-7742(01)0????-?/FLA

© 2001 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS. Tous droits réservés.

Abridged English version

Understanding the generic behaviors of pattern forming instabilities and their involvement in transition scenarios toward spatio-temporal chaos is a major problem in non-linear physics and dynamical systems. Since a conjecture by Pomeau [1] which drew a possible bridge between probabilistic directed percolation and spatio-temporal intermittency observed in such deterministic systems, numerous experimental and numerical investigations have been performed [2, 3] in one and two-dimensional geometry. Moreover, these cellular structures can be convenient workbenches to approach turbulence in fluids. A major part of these patterns are one-dimensional. In this simpler framework, Coulet and Iooss [5] have classified the possible secondary instabilities involving the lose of an initial symmetry of the problem. To our knowledge however, such an approach does not exist for two-dimensional systems. Strong presumptions suggest that dynamical behaviors of cellular patterns are dramatically modified if their are two-dimensionally extended: recent studies [6, 7] showed this by comparing transitions toward chaos in 1D and 2D of a paradigm model, the damped Kuramoto-Sivashinsky equation. In two-dimensional systems, patterns generally appears as a geometrical combination of several roll networks: this can involve hexagonal or squared structures, i.e. possible transitions without any equivalent in 1D.

We present here some results on a pattern of falling liquid columns, generated below porous media. It is produced by the destabilization of a liquid layer under the effect of gravity moderated by surface tension. The experimental setup (fig. 1-a) is as follow: a liquid (silicon oil: $\gamma=20.4$ dyn/cm, $\rho=0.95$ g/cm³, $\eta=20$ or 50 cP, newtonian) is continuously supplied to a half-filled cylindrical chamber, closed with respect to atmosphere. The bottom is constituted by a porous media (diameter=15 cm), made by a packing ($h=10$ mm) of spherical glass balls ($d=1.5$ mm) between two grids. The positions of columns are acquired from below by a video camera and a 45°-oriented mirror. An optional hexagonal mask can be added to the porous to adapt boundaries to the presumably chosen structure. From instantaneous pictures, one can determine the preferential relative positions of columns by constructing autocorrelation functions. Figures 2 show an hexagonal tendency (especially with hexagonal boundaries), despite an apparent non-homogeneous pattern. This seems a bit surprising considering the behaviors of the one-dimensional array of columns[9]: a local inhomogeneity leads there either to a fast propagating dilation wave, either to a slow phase-diffusive process that restore spatial homogeneity. This behavior is also illustrated by temporal averages made in the turbulent regime (see figures 3-a,b with hexagonal boundaries): in such a state (generated by finite perturbations on the columns initial locations), the number of columns fluctuates endlessly and erratically. The duration of the averages is 1000 s, much larger than the characteristic time of dynamical phenomenons (≈ 1 s). This reveals that some domains remain static and coexist with turbulent ones (revealed by smooth lighted tracks), with steady separating fronts. Contrary to the one-dimensional array, disorder hardly spreads in the system. The contaminating process that usually takes place in spatio-temporal intermittency seems jammed here. This effect is not due to non-homogeneous flow-rate, as turbulent patches do not appear preferentially on a specified area. Their localisations only depend on initial conditions. A magnified look on these averages shows double decompositions of moving columns, which put into evidence that local oscillations are involved in turbulence. However, with circular boundaries, disordered domains cover the whole system during the long acquisition: the reason is that boundaries are then sources of "defects" that sustain turbulence.

Finally, some quantitative measurements are reported: fig. 4-a shows a local oscillation in a quasi-static state. I has been suggested [10] that this may be viewed as a penta-hepta defect (the column could be exchanged between two hexagonal cages), despite it does not appear clearly on our system. By acquiring grey levels on the line along which the motion takes place, spatio-temporal diagrams have been built like the one reported in fig. 4-b, revealing a well defined pulsation ω . This pulsation is plotted in fig. 4-d versus flow-rate per unit length Γ , for two viscosities. Γ is defined as the flow-rate divided by the surface, times the mean wavelength λ . This mean wavelength is measured on the maximum of autocorrelation pictures, and plotted on fig. 4-c. As in previous measurements on the 1D array [9], ω increases with flow-rate as

$(\Gamma - \Gamma_c)^{1/2}$ and λ decreases with viscosity, keeping values close to the most unstable Rayleigh-Taylor wavelength (1.3 cm). Nevertheless, in 1D, ω does not increase with viscosity in the range 20 to 50 cP. These slight differences are added to more important ones (apparent absence of phase diffusion), which reveals that the two-dimensional pattern does not behave exactly as its one-dimensional equivalent.

1. Introduction

L'étude de structures cellulaires engendrées par des instabilités a révélé des comportements génériques, pouvant aider à la compréhension de la transition vers la turbulence. Dans ces études, on s'affranchit des difficultés spécifiques du problème physique pour utiliser des outils souvent empruntés à la physique statistique des transitions de phase. L'analogie entre l'intermittence spatio-temporelle des systèmes déterministes et les modèles probabilistes de percolation dirigée [1] constitue l'une des conjectures majeures pour caractériser ces scénarios : la recherche d'exposants critiques dans les études statistiques du désordre en permet alors une classification.

Bien que moins étudiées que les motifs à une dimension d'espace (1D) [2], les structures cellulaires à deux dimensions d'espace apparaissent dans de nombreux systèmes expérimentaux et numériques. La convection thermique de Rayleigh-Bénard [4] et les milieux excitables (voir par exemple le chapitre 9 de [3]) ont été parmi les plus étudiées. De nombreux autres exemples (hydrodynamiques, granulaires, ...) sont aussi décrits dans [3]. Il n'y a néanmoins pas à notre connaissance d'étude théorique équivalente à celle effectuée par Coulet et Iooss [5] à une dimension. Cette étude dresse un "catalogue" de bifurcations secondaires génériques pouvant se développer dans un motif 1D à la suite de brisures spontanées de symétries. Il est peu probable que ces scénarios de bifurcation secondaires apparaissent de façon équivalente à une et deux dimensions : on peut citer comme contre-exemple l'étude comparée de la transition vers le chaos dans l'équation de Kuramoto-Sivashinsky amortie : ces études révèlent une transition discontinue à 1D et continue à 2D [6, 7]). L'étude de la dynamique de motifs à 2D peut ainsi mettre en évidence des régimes dynamiques génériques non-observée à 1D. L'une des différences essentielles induite par l'ajout d'une deuxième dimension est la suivante : à une dimension, le motif s'agence selon une longueur d'onde préférentiellement sélectionnée (près du seuil), la plus instable. Par la suite, l'augmentation d'un paramètre de contrôle ou le forçage de différentes conditions initiales peuvent conduire à la compétition entre différentes longueurs d'ondes. A deux dimensions, le motif observé est souvent la combinaison géométrique de plusieurs motifs de base en rouleaux parallèles régulièrement espacés pouvant s'agencer selon des angles bien précis. Cet agencement de rouleaux peut mener à un réseau hexagonal (trois réseaux de rouleaux orientés de 120°), carré (deux réseaux de rouleaux orientés de 90°) ou à un seul réseau de rouleaux. Il arrive fréquemment que plusieurs domaines "cristallins" parfaits coexistent [3, 4] et dans ce cas, les défauts sont localisés à la frontière des fronts séparant les différents domaines. Des effets de courbure de fronts peuvent éventuellement jouer un rôle. La compétition entre ces différentes structurations peut aussi engendrer l'apparition de défauts au sein des domaines : par exemple, un rouleau peut apparaître dans un domaine hexagonal sous la forme d'un défaut penta/hepta et à l'inverse, un hexagone peut apparaître dans un domaine de rouleaux sous la forme d'un joint de grain [8].

Nous présentons plus bas quelques résultats obtenus sur une structure cellulaire inédite à deux dimensions : un motif de colonnes liquides suspendues sous un poreux horizontal alimenté. Il résulte des effets antagonistes de la gravité (déstabilisant) et de la tension de surface (stabilisant), via une instabilité de Rayleigh-Taylor (complexifiée par l'alimentation continue) de la couche mince suspendue sous le poreux. Le flot constant de liquide assure en effet une couche de liquide d'épaisseur constante et empêche les jets tombant de cette couche de se briser en gouttes. De façon moins évidente, il fournit constamment de l'énergie assurant une dynamique qui résulte de l'équilibre avec les effets dissipatifs. L'analogie à une dimension de cette expérience est l'expérience dite de la "coupelle circulaire" [9] avec laquelle une comparaison peut

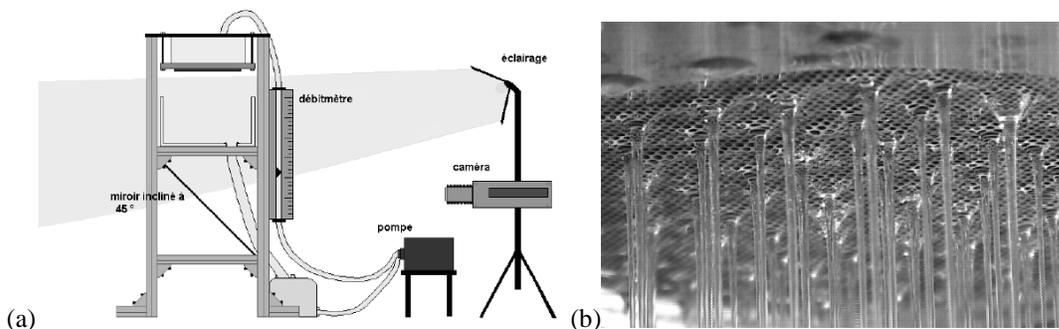


Figure 1 : (a) Schéma du montage. (b) Le réseau 2D de colonnes liquides.

Figure 1 : (a) Sketch of the experimental setup. (b) A two-dimensional pattern of liquid columns

être établie. Une expérience similaire mais de conception un peu différente est actuellement développée à l'INLN [10].

2. Description de l'expérience

Le dispositif expérimental est illustré par la figure 1-a : une pompe à engrenage assure l'écoulement du liquide. Celui-ci passe par un débitmètre à flotteur et arrive dans une chambre cylindrique partiellement remplie à paroi latérale transparente. Cette chambre est située entre deux plaques supérieure et inférieure en acier inoxydable. Sur la plaque supérieure est prévu un orifice de mise en contact avec l'atmosphère, fermé en utilisation normale. La plaque inférieure est percée d'un large trou de 15 cm de diamètre offrant une ouverture vers le milieu poreux. Celui-ci oppose à l'écoulement une perte de charge suffisante pour qu'une certaine hauteur de liquide s'accumule dans la chambre cylindrique. Cette accumulation de liquide a deux rôles : elle permet d'une part alimentation uniforme en débit sur toute la surface, la force produisant l'écoulement étant non plus directement la pompe, mais la pression dans la partie supérieure de la chambre (les pulsations de la pompe sont ainsi amorties). D'autre part, il est possible de surveiller la hauteur de liquide accumulé dans la chambre et ainsi être sûr que le débit reste constant. Le milieu poreux est composé de deux grilles (disques) rigides en acier et dont les trous ont un diamètre de 1 mm. Entre ces grilles se trouve un empilement (hauteur 10 mm) de billes (diamètre 1.5 mm) préparé de façon à avoir une forte compacité, sans pour autant que cela déforme les grilles. L'assise du montage, ainsi que ses différentes contraintes géométriques (planéité, perpendicularité, parallélisme) est assurée par les rails profilés. L'horizontalité de la grille se règle par trois vis à extrémité conique sur le bâti appuyées sur la cuve. La prise de vue s'effectue avec un camescope, soit de côté, soit par en dessous à travers le fond de la cuve de récupération via un miroir à 45°. Les liquides sont des huiles silicone (tension de surface $\gamma=20.4$ dyn/cm, densité $\rho=0.95$ g/cm³ et viscosités égales à 20 et 50 cP). Ses comportements rhéologiques sont de type newtonien.

3. Observations qualitatives

La figure 1-b donne un exemple de réseau de colonnes. Dans un premier temps, il est apparu que le réseau hexagonal parfait n'était pas la configuration préférentiellement choisie par le système, un fait un peu surprenant au vu d'autres études sur un système similaire [10]. En fait, la structure se forme à partir d'une grille dont les frontières sont circulaires. Si un réseau de colonnes à géométrie hexagonale est susceptible de se former dans ce disque, il y aura nécessairement des problèmes de raccord aux frontières. Dans le but de raccorder la géométrie supposée naturelle du système et les conditions de bord, la plupart des expériences ont été effectuées en plaçant un masque hexagonal juste au dessus de la grille inférieure obligeant le liquide à ruisseler dans une zone hexagonale. A ce masque, on ajoute un polygone hexagonal en plexiglass de 7.5 cm de coté (soit le rayon du disque), d'épaisseur 2 mm et de hauteur 2 cm, obtenu par collage minutieux de

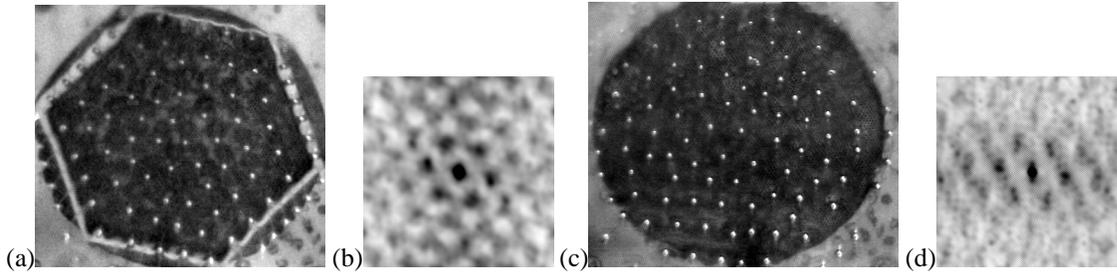


Figure 2 : Réseau bidimensionnel de colonnes liquides (vue de dessus), $\eta=50$ cP. (a) En conditions de bord hexagonal (avec le masque), $Q=29.7$ cm^3/s . (b) Autocorrélation de (a). (c) En conditions de bord circulaire, $Q=36.0$ cm^3/s . (d) Autocorrélation de (c).

Figure 2 : *Bidimensional lattice of liquid columns viewed from above, $\eta=50$ cP. (a) With hexagonal boundaries, $Q=29.7$ cm^3/s . (b) Autocorrelation of (a). (c) With circular boundaries, $Q=36.0$ cm^3/s . (d) Autocorrelation of (c).*

six segments élémentaires. Les colonnes périphériques sont forcées de rester sur les arêtes de cet hexagone. La figure 2-a représente un réseau à peu près statique. Globalement, il peut être statique et inhomogène. Ce fait peut paraître surprenant car sur l'allée de colonnes à une dimension, la moindre inhomogénéité de longueur d'onde engendrait soit un paquet dérivant lorsque l'inhomogénéité était prononcée, soit une homogénéisation par diffusion de la phase lorsque le réseau était faiblement inhomogène [9]. Afin d'évaluer la structuration spatiale préférentielle du motif, il est possible, à partir "d'instantanés" en vue de dessus, d'extraire une figure d'autocorrélation spatiale quantifiant les positions préférentielles des colonnes par rapport à leurs plus proches voisines. L'image obtenue est une matrice de niveaux de gris dont les points de coordonnées (x, y) sont d'autant plus foncés que l'image de départ est spatialement corrélée à son image translatée du vecteur (x, y) . Les figures 2-b et d en donnent des exemples. Malgré l'inhomogénéité apparente du motif, une tendance hexagonale se dessine, plus prononcée lorsque les conditions de bord sont elles-aussi hexagonales. Des mesures à différents débits ont montré que celui-ci ne changeait pas cette tendance.

Dans la plupart des conditions expérimentales (débit et positions initiales des colonnes), le nombre de colonnes fluctue au cours du temps, dans un état analogue au chaos spatio-temporel sous la coupelle circulaire [9]. On assiste donc à des fusions/créations erratiques de colonnes et comme à 1D, l'augmentation du débit augmente le taux de création/fusion de colonnes. Les essais préliminaires pour étudier cette dynamique ont conduit à former des moyennes temporelles (sur les images en niveau de gris) durant des temps longs devant le temps caractéristique du système (environ 1 seconde). Ce type de moyenne a déjà été utilisé dans d'autres systèmes [11]. Les figures 3 donnent des exemples de moyennes au cours d'acquisitions de 1000 secondes (à une image par seconde). Il est remarquable de constater que même au bout de temps longs, certaines cellules n'ont pas bougé alors que d'autres se sont déplacées (trace floue allongée sur l'image). Le déplacement de ces cellules a engendré des créations/fusions de colonnes ce qui a encore contribué à alimenter le désordre. On observe aussi clairement des "dédoubléments", témoignages d'une oscillation entre deux positions limites. Il est frappant de noter une nette séparation entre domaines statiques et dynamiques. Ce n'est pas l'effet d'un biais dans l'injection du liquide puisque pour différentes conditions initiales, des moyennes très différentes sont obtenues et les domaines restant statiques ne sont pas toujours localisés aux mêmes endroits (voir figures 3). Ce n'est pas non plus un problème du pas grossier employé au cours des acquisitions longues puisque des moyennes sur des durées plus brèves (1 minute), en acquérant 25 images par seconde, ont donné le même type de résultats. Le processus de "contamination" présent dans l'intermittence spatio-temporelle à 1D semble ici bloqué. Les fronts séparant les états initialement statiques et dynamiques sont relativement stables. Le même type de moyennes a été effectué en conditions de bords circulaires :

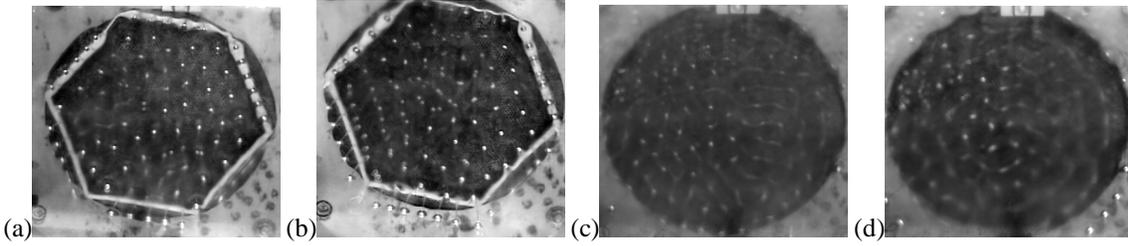


Figure 3 : Moyennes en régime turbulent ($\eta=50$ cP) en conditions de bord hexagonales (a) et (b) ($Q=28.2$ cm^3/s) et en conditions de bord circulaires . (c) $Q=26.0$ cm^3/s . (d) $Q=64.0$ cm^3/s .

Figure 3 : Temporal averages in turbulent regimes ($\eta=50$ cP). With hexagonal boundaries (a) and (b) ($Q=28.2$ cm^3/s) and with circular boundaries (c) $Q=26.0$ cm^3/s and (d) $Q=64.0$ cm^3/s .

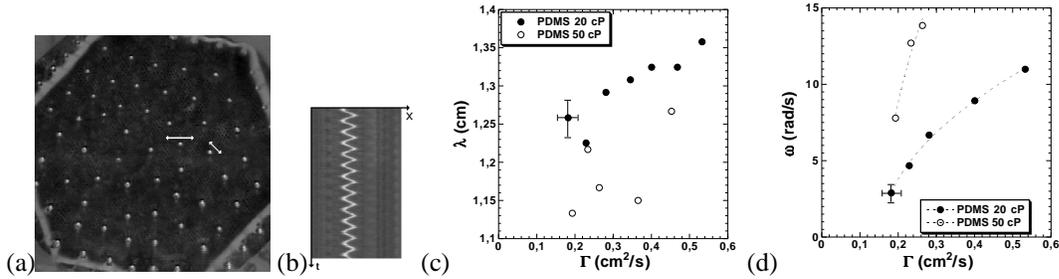


Figure 4 : Mesures de la dynamique du réseau de colonnes (huiles silicone 20 et 50 cP). (a) Oscillation localisée dans la structure. (b) Diagramme spatio-temporel de l'oscillation. (c) Longueur d'onde moyenne entre deux rangées de colonnes. (d) Pulsation d'oscillations.

Figure 4 : Measurements of some dynamical quantities (silicon oil 20 et 50 cP). (a) Localized oscillation. (b) Spatio-temporal diagram of an oscillation. (c) Mean wavelength between two arrays of columns. (d) Pulsation of oscillations.

dans ce cas là, le désordre est beaucoup plus uniformément distribué dans l'espace. C'est pour cela que les bords sont alors une source de création de défauts par suite des mauvaises conditions de raccordement.

4. Quelques résultats quantitatifs

La figure 4-a donne un exemple d'oscillation localisée d'une colonne (provoquant l'oscillation de faible amplitude d'une colonne voisine). Un diagramme spatio-temporel obtenu en extrayant les niveaux de gris le long de la ligne de déplacement de la colonne est reporté en figure 4-b. Cet outil permet des mesures de pulsation d'oscillations reportées ci-après. Ces oscillations présentent une forte analogie avec le mode de doublement de période à une dimension [9]. Contrairement à l'allée 1D de colonnes, l'oscillation reste néanmoins localisée, vraisemblablement parce que les effets homogénéisants de la diffusion de la phase sont ici absents.

Les mesures de longueur d'onde moyenne (évaluée au premier maximum de l'image d'autocorrélation) et de pulsation d'oscillations sont reportées sur les figures 4-c,d, en fonction du débit par unité de longueur et pour deux viscosités (20 et 50 cP). Le débit par unité de longueur est défini comme le débit par unité de surface multiplié par la longueur d'onde moyenne. La longueur d'onde est plus faible à 20 cP, qu'à 50 cP, ce qui apparaît conforme aux observations à une dimension [9]. Elle reste toutefois proche de la longueur d'onde la plus instable de l'instabilité de Rayleigh-Taylor ($\lambda_{RT} = \sqrt{\gamma/\rho g} \simeq 1.3\text{cm}$). Cette longueur d'onde semble légèrement augmenter avec le débit. La pulsation croît avec le débit, avec une loi très proche de $(\Gamma - \Gamma_c)^{1/2}$ superposé aux mesures (même si les trois points de mesure à 20 cP sont insuffisants pour

dresser une tendance). Ces résultats sont aussi conformes à ceux de l'allée unidimensionnelle, excepté que le seuil extrapolé en débit Γ_c est relativement important (il était proche de zéro à 1D). La viscosité tend à faire croître la pulsation, ce qui n'apparaissait pas non plus à 1D. Dans un futur proche, une étude exhaustive sera menée en variant systématiquement les paramètres physiques du fluide (viscosité et tension de surface).

5. Conclusion

Cette étude a permis de dresser un premier panorama du comportement d'un réseau 2D de colonnes liquides. Des comparaisons ont pu être établies avec l'expérience de la coupelle circulaire, dont les comportements collectifs sont assez différents, malgré la similitude des phénomènes physiques. Les résultats qualitatifs ont pu être aussi comparés avec une expérience analogue montée à l'INLN [10], où d'autres régimes particuliers comme l'oscillation en bloc d'une rangée de colonnes, ou encore une "onde de déphasage" le long d'une rangée ont été observés. Même si un état "cristallin" hexagonal parfait n'est pas apparu, il existe un état quasi-statique dont les transformations d'autocorrélations révèlent une forte tendance hexagonale. D'autre part, des migrations de colonnes et des oscillations localisées ont été observées et alimentent le chaos spatio-temporel. Les mesures de fréquence des oscillations présentent des similitudes à celles à 1D. Néanmoins, l'inhomogénéité spatiale du réseau n'entraîne pas forcément de mouvement relatif par diffusion de phase contrairement au cas 1D. En ce qui concerne le régime turbulent, il existe des zones statiques stables dans le temps. Ce fait résultant peut-être d'une absence de diffusion de phase, est à relier avec le précédent.

Remerciements. Nous tenons à remercier G. Gauthier et B. Jeanne qui ont contribué à la réalisation des mesures.

Références bibliographiques

- [1] Y. Pomeau, Front motion, metastability and subcritical bifurcations in hydrodynamics, *Physica D* 23 (1986) 3
- [2] M.C. Cross and P.C. Hohenberg, Pattern formation outside of equilibrium, *Rev. Mod. Phys.* 65 (1993) 851.
- [3] M.I. Rabinovich, A.B. Ezersky and P.D. Weidman, "The dynamics of patterns", World Scientific Publishing 1998.
- [4] E. Bodenschatz, W. Pesch and G. Ahlers, Recent developments in Rayleigh-Bénard convection, *Ann. Rev. Fluid Mech.* 32 (2000) 709.
- [5] P. Couillet and G. Iooss, Instabilities of one-dimensional cellular patterns, *Phys. Rev. Lett.* 64 (1990) 866.
- [6] K.R. Elder, J.D. Gunton and N. Goldenfeld, Transition to spatiotemporal chaos in the damped Kuramoto-Sivashinsky equation, *Phys. Rev. E* 56 (1997) 1631.
- [7] M. Panicoli and K.R. Elder, Stationary, dynamical and chaotic states of the two-dimensional damped Kuramoto-Sivashinsky equation, *Phys. Rev. E* 56 (1997) 2713.
- [8] S. Ciliberto, P. Couillet, J. Lega, E. Pampaloni and C. Perez-Garcia, Defects in roll-hexagon competition, *Phys. Rev. Lett.* 65 (1990) 2370.
- [9] P. Brunet, J.-M. Flesselles and L. Limat, Parity breaking in a one-dimensional pattern: a quantitative study with controlled wavelength, *Europhys. Lett.* 56 (2001) 221. Voir aussi: P. Brunet, Structure et dynamique non-linéaire de liquides tombants, Thèse Université Paris VI (à paraître, 12/2002).
- [10] C. Pirat, P. Maïssa, C. Mathis et L. Gil, Structuration bidimensionnelle d'un film visqueux sous gravité déstabilisante avec alimentation continue, Actes des 5^e rencontres du non-linéaire (IHP). Paris XI Editions (2002) 207.
- [11] L. Ning, R.E. Ecke and G. Ahlers, Spatial and temporal averages in chaotic patterns, *Phys. Rev. Lett.* 71 (1993) 2216.