

## Teoriinstuderingsuppgifter, kap 2

För följande frågor är stel kropp och plan rörelse underförstådd.

01. Definiera stel kropp, stel utsträckning, plan rörelse och referensplan.
02. Visa att om  $B$  är en punkt i kroppen och  $A$  är motsvarande punkt i referensplanet så gäller att hastigheterna för dessa punkter är lika.
03. En kropp roterar kring en fix axel. Kan rörelsen beskrivas som plan?
04. Förklara begreppen translationshastighet och rotationshastighet.
05. Visa att vid rotation har varje rät linje som ligger fix i kroppens referensplan samma vinkelhastighet.
06. Ange för cirkelrörelse uttrycken för hastighet och acceleration i cylinderkoordinater respektive i det naturliga koordinatsystemet.
07. Förklara hur vinkelhastighet införs som en vektorstorhet. För rotationsrörelse: Motivera uttrycken för en punkts hastighet och acceleration (vektorer!).
08. När är vinkelaccelerationen parallell med vinkelhastigheten?
09. Punkterna  $B$  och  $A$  tillhör en kropp som roterar med en vinkelhastigheten  $\boldsymbol{\omega} = \dot{\theta} \mathbf{e}_z$ . Bestäm ett uttryck för vektorn  $\dot{\mathbf{r}}_{BA}$ .
10. Härled sambandsformeln för hastigheter.
11. Visa att två punkter alltid har lika hastighetskomponenter med avseende på sammanbindningslinjen.
12. Visa att om hastigheten i två punkter är kända så är hastighetstillståndet fullständigt bestämt.
13. Antag att hastigheten i en punkt och kroppens vinkelhastighet är kända. Konstruera geometriskt hastigheten i en annan godtycklig punkt.
14. Vad betyder geometriskt ekvationen  $\mathbf{r} \times \mathbf{a} = \mathbf{b}$ ?  $\mathbf{a}$  och  $\mathbf{b}$  är kända vektorer.
15. Lös ekvationen  $\mathbf{r} \times \mathbf{a} = \mathbf{b}$ . Under vilka förutsättningar finns en lösning?
16. Visa att under viss förutsättning (vilken?) så existerar alltid en punkt som momentant har hastigheten noll.
17. Kan momentancentrum ha acceleration?
18. Hastigheterna i två punkter är givna vektorer. Konstruera läget av momentancentrum.
19. Härled för två punkter i en kropp sambandsformeln för accelerationerna.
20. Visa med ett motexempel att två punkter i en kropp inte har lika accelerationskomponenter med avseende på sammanbindningslinjen.
21. Antag att accelerationen i en punkt och kroppens vinkelhastighet samt vinkelacceleration är kända. Konstruera geometriskt accelerationen i en annan godtycklig punkt.
22. Visa att för i kroppen godtyckliga punkter  $B$  och  $A$  gäller 
$$\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{BA}) = -\omega^2 \mathbf{r}_{BA}.$$

23. Definiera rullning.
24. För en rak cirkulär cylinder som rullar på ett plant underlag:
  - a) utnyttja momentancentrum och bestäm hastigheten i en godtycklig punkt.
  - b) Kan man utnyttja momentancentrum för att bestämma accelerationen i en godtycklig punkt?
  - c) Bestäm momentancentrums acceleration om radien och centrum-punktens hastighet är känd (funktion av tiden).
25. Motsvarande uppgift för rullning på underlag med viss krökningsradie.
26. Förklara skillnaden mellan ett referenssystem (referensram) och ett koordinatsystem.
27. Bestäm absoluta tidsderivatan för en basvektor som tillhör ett rörligt referenssystem. Referenssystemets vinkelhastighet är given.
28. Visa sambandet mellan tidsderivatorna av en godtycklig vektor  $\mathbf{V}$  i två olika roterande referensramar.
29. Definiera begreppet systempunkt.
30. Bevisa sambandet mellan en punkts hastighet relativt ett fixt respektive rörligt referenssystem.
31. Bevisa sambandet mellan en punkts acceleration relativt ett fixt respektive ett rörligt referenssystem (Coriolis teorem).
32. Betrakta en partikels rörelse i ett roterande rör. Visa att Coriolis teorem överensstämmer med accelerationsuttrycket i cylinderkoordinater.