KTH Mekanik
Christer Nyberg

Svar och hänvisningar till KS nr 2, 110511

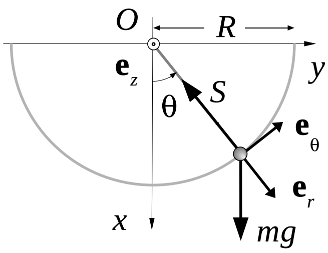
Sidhänvisningar gäller kurslitteratur

1. Sid 146-147

2.
$$\dot{T} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{1}{2}m\left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2\right)\right] = \frac{1}{2}m\left(2\dot{r}\ddot{r} + 2r\dot{r}\dot{\theta}^2 + 2r^2\dot{\theta}\ddot{\theta}\right) = m\left(\dot{r}\ddot{r} + r\dot{r}\dot{\theta}^2 + r^2\dot{\theta}\ddot{\theta}\right)$$
$$\mathbf{F}\cdot\mathbf{v} = m\left[\left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\mathbf{e}_r + \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)\mathbf{e}_\theta\right]\cdot\left[\dot{r}\mathbf{e}_r + r\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta\right] = m\left(\dot{r}\ddot{r} + r\dot{r}\dot{\theta}^2 + r^2\dot{\theta}\ddot{\theta}\right)$$

Effekten definieras $P = \mathbf{F}\cdot\mathbf{v}$. Lagen om effekten säger att $P = \dot{T}$.
Mer teori på sidan 157.

3.



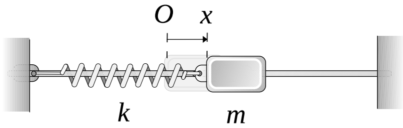
Momentekvationen är

$$-mgR\sin\theta = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(mR^2\dot{\theta}\right)$$

4. Kraftens arbete är $U = \int_{\mathbf{r}_1\,C}^{\mathbf{r}_2} \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r} = \int_a^b -kx^2\,\mathrm{d}x = \left[-\frac{1}{3}kx^3\right]_a^b = -\frac{1}{3}k\left(b^3 - a^3\right)$

5. Satellitens mekaniska energi är negativ för att den potentiella energins referens"nivå" har satts i oändligheten. Den potentiella energin är noll i oändligheten och alltså alltid negativ. Den kinetiska energin, som alltid är positiv, är för en satellit inte så stor att den kan få den totala mekaniska energin att bli positiv. *Om* den mekaniska energin var större än noll skulle farkosten inte vara infångad av jorden.

6.



$$x = A\cos\omega_n t \quad \Rightarrow \quad \dot{x} = -A\omega_n \sin\omega_n t \quad \Rightarrow$$
$$E = T + V = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2$$
$$= \frac{1}{2}mA^2\omega_n{}^2\sin^2\omega_n t + \frac{1}{2}kA^2\cos^2\omega_n t$$
$$= \frac{1}{2}kA^2\left(\sin^2\omega_n t + \cos^2\omega_n t\right) = \frac{1}{2}kA^2$$