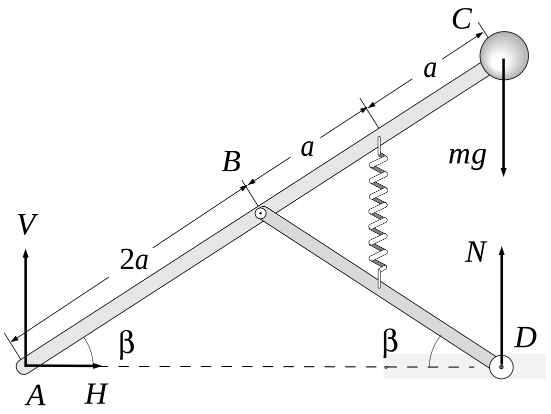
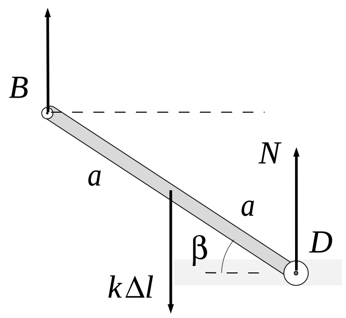


Frilägg hela systemet! De yttre krafterna är tyngdkraften mg, normalkraften N samt eventuellt kraftkomponenter H och V i punkten A.

Jämvikt för hela systemet fordrar att kraftmomentet med avseende på D är noll, vilket betyder att kraften V är noll. Att kraftsumman i horisontell riktning är noll betyder att kraften H också är noll. Kraftjämvikt i vertikal riktning betyder då att $N = mg$.



Frilägg nu stången BD! Jämvikt fordrar att kraftmomentet med avseende på B är noll:

$$2a\cos\beta \cdot N - a\cos\beta \cdot k\Delta l = 0 \tag{1}$$

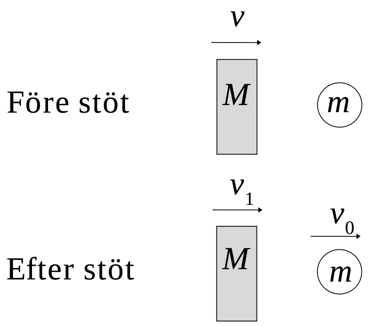
Men $N = mg$, så att fjäderkraften

$$k\Delta l = 2mg \tag{2}$$

Fjäderns aktuella längd enligt figurens geometri är $2a\sin\beta$. Den naturliga längden är given till l och fjäderns längdändring kan därför med sambandet (2) skrivas

$$k\left(l - 2a\sin\beta\right) = 2mg \tag{3}$$

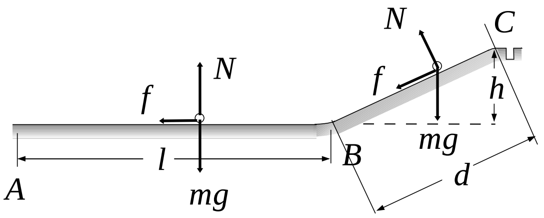
$$\underline{\underline{\sin\beta = \frac{1}{2a}\left(l - \frac{2mg}{k}\right)}}$$



Betrakta först stöten! Rörelsemängden för hela systemet bevaras i horisontell riktning, eftersom det inte finns någon yttre horisontell kraft. Vi använder dessutom uttrycket för studstalet, eftersom det är givet:

$$M\,v + m\cdot 0 = M\,v_1 + m\,v_0 \tag{1}$$

$$e = -\frac{v_0 - v_1}{0 - v} \tag{2}$$



Dessa ekvationer kan skrivas

$$v = v_1 + \frac{m}{M} v_0 \tag{1'}$$

$$e\,v = v_0 - v_1 \tag{2'}$$

Om ekvationerna adderas elimineras den ointressanta hastigheten v_1,

$$(1+e)\,v = \left(1 + \frac{m}{M}\right) v_0 \tag{3}$$

och sambandet mellan klubbans och bollens utgångshastighet är

$$v = \frac{M+m}{M\,(1+e)}\,v_0 \tag{4}$$

För att utnyttja informationen om bollens vändpunkt skriver vi lagen om arbetet

$$U = T_1 - T_0 \tag{5}$$

för bollens bana fram och tillbaka. Motståndskraften kallas f. Krafternas arbeten på bollen gör att rörelseenergin blir noll uppe på lutande planet:

$$-f\cdot(l+d) - mg\cdot h = 0 - \frac{1}{2} m v_0^{\,2} \tag{6}$$

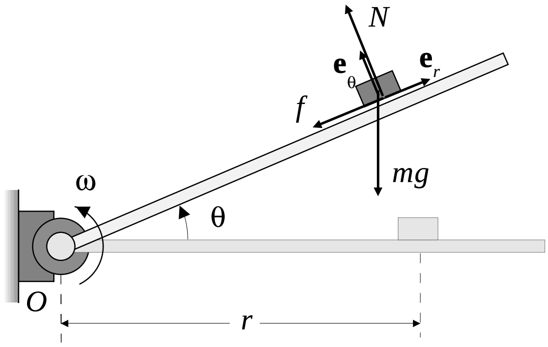
På nervägen är summan av krafternas arbeten noll:

$$-f\cdot(l+d) + mg\cdot h = 0 - 0 \tag{7}$$

Motståndskraftens arbete är enl ekv (7) lika stort som tyngdkraftens och om detta utnyttjas i ekv (6) fås

$$2mgh = \frac{1}{2} m v_0^{\,2} \qquad \Rightarrow \qquad v_0 = \sqrt{4gh} \tag{8}$$

Klubbans hastighet enl ekv (4) var alltså $\underline{\underline{v = \dfrac{2\,(M+m)}{M\,(1+e)}\sqrt{gh}}}$



Friktionstalet är förhållandet mellan den maximala friktionskraftens storlek och normalkraftens storlek

$$\mu = \frac{|\mathbf{f}_{\max}|}{|\mathbf{N}|} \tag{1}$$

Friktionskraften antar sitt största värde just före glidning.

Kraftekvationen $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ är i cylinderkoordinater

$$\begin{cases} m\left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right) = F_r \\ m\left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right) = F_\theta \end{cases} \tag{2}$$

Tyngdkraft och kontaktkraft är de enda krafterna. Kontaktkraften delas upp i friktionskraft och normalkraft. För rörelsen vet vi att

$$\ddot{\theta} = \alpha \quad \Rightarrow \quad \dot{\theta} = \alpha t \quad \Rightarrow \quad \theta = \frac{1}{2}\alpha t^2 \tag{3}$$

Vi bestämmer nu ur dessa samband vinkelhastigheten $\dot{\theta}_1$ för den tidpunkt t_1 då $\theta = \beta$ (glidning inträffar):

$$\theta = \beta \quad \Rightarrow \quad t_1 = \sqrt{\frac{2\beta}{\alpha}} \quad \Rightarrow \quad \dot{\theta}_1 = \sqrt{2\alpha\beta} \tag{4}$$

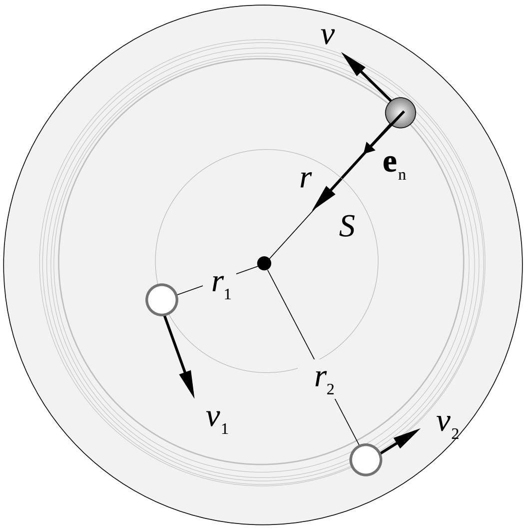
Vi vet också att r är konstant ($\Rightarrow \quad \dot{r} = 0 \quad \Rightarrow \quad \ddot{r} = 0$) så länge lådan inte glider. Insättning i (2) ger

$$\begin{cases} -mr \cdot 2\alpha\beta = -f - mg\sin\beta \\ mr\alpha = N - mg\cos\beta \end{cases} \tag{5}$$

$$\begin{cases} f = 2mr\alpha\beta - mg\sin\beta \\ N = mr\alpha + mg\cos\beta \end{cases} \tag{6}$$

Friktionstalet är alltså $\underline{\underline{\mu = \left|\frac{2r\alpha\beta - g\sin\beta}{r\alpha + g\cos\beta}\right|}}$

Vi har antagit friktionskraften inåt. Om vinkelaccelerationen är liten kan lådan börja glida inåt, så att friktionskraften då är riktad utåt. Beloppstecken behövs alltså. Vi ser också att vinkelaccelerationen måste vara tillräckligt stor för att normalkraften skall vara positiv för alla vinklar (varvet runt).



Trådkraften S är en centralkraft och då tyngdkraften och normalkraften tar ut varandra är detta ändå en centralkraftsrörelse. Rörelsemängdsmomentet är alltså en rörelsekonstant:

$$r_1 m v_1 = r_2 m v_2 \tag{1}$$

Farten minskar när radien ökar. När radien ökat till $r_2 = 2r_1$, får vi farten

$$v_2 = \frac{r_1 v_1}{2r_1} = \frac{v_1}{2} \tag{2}$$

Trådkraften återfinns i kraftekvationen i t ex naturliga komponenter:

$$\mathbf{e}_n : \qquad m\frac{\dot{s}^2}{\rho} = S \tag{3}$$

För radien r_1 respektive radien $r_2 = 2r_1$ fås

$$m\frac{v_1^{\,2}}{r_1} = S_1 \qquad \text{och} \qquad m\frac{(v_1/2)^2}{2r_1} = S_2 \tag{4}$$

varav det framgår att $\quad S_2 = m\dfrac{v_1^{\,2}}{8r_1}, \quad$ dvs $\quad \underline{\underline{S_2 = \dfrac{1}{8} S_1}}$