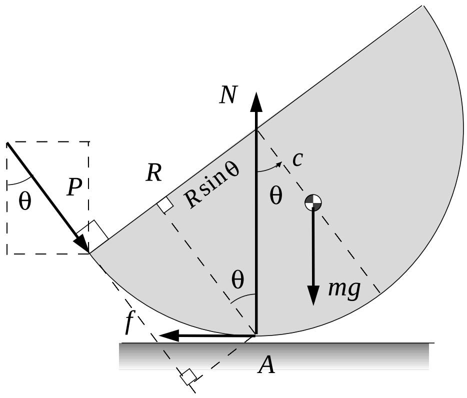


Kroppen befinner sig i ett jämviktstillstånd ända tills det ögonblick då glidning inträffar.
Jämvikt fordrar att kraftsumman och kraftmomentsumman är noll.

Förutom tyngdkraften och den pålagda kraften P har vi en friktionskraft och en normalkraft i kontaktpunkten A.

Jämvikt fordrar:

$$\rightarrow: \qquad P\sin\beta - f = 0 \tag{1}$$

$$\uparrow: \qquad N - mg - P\cos\beta = 0 \tag{2}$$

$$\curvearrowleft A: \qquad P\cdot(R - R\sin\beta) - mg\cdot c\sin\beta = 0 \tag{3}$$

Ekv (3) ger kraften P och då avståndet $c = \dfrac{4R}{3\pi}$ är givet fås:

$$\underline{\underline{P = \frac{4\sin\beta}{3\pi(1-\sin\beta)}mg}} \tag{4}$$

(Att få den plana ytan vertikal verkar vara svårt.)

Strax innan kroppen börjar glida är friktionen fullt utbildad. Friktionsvillkoret ger

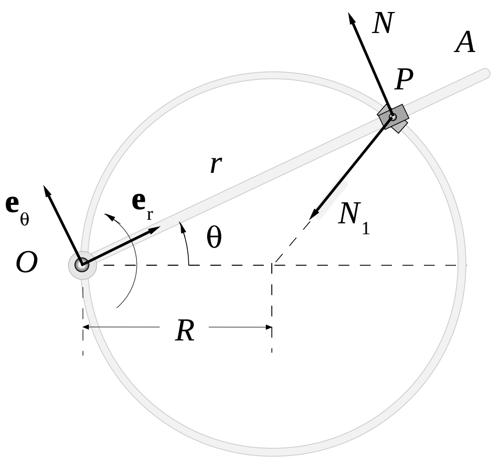
$$f = \mu N \tag{5}$$

Lös ut f och N ur ekv (1) och (2) och bilda kvoten

$$\mu = \frac{P\sin\beta}{mg + P\cos\beta} \tag{6}$$

Insättning av (4) ger resultatet

$$\mu = \frac{\dfrac{4\sin\beta}{3\pi(1-\sin\beta)}mg\sin\beta}{mg + \dfrac{4\sin\beta}{3\pi(1-\sin\beta)}mg\cos\beta} \qquad \Rightarrow \qquad \underline{\underline{\mu = \frac{4\sin^2\beta}{3\pi(1-\sin\beta) + 4\sin\beta\cos\beta}}}$$



Partikeln påverkas i horisontalplanet av en normalkraft N_1 från cirkelringen och en normalkraft N från armen OA.

Kraftekvationen $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ har i cylinderkoordinater komponenterna:

$$\begin{cases} F_r = m\left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right) \\ F_\theta = m\left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right) \\ F_z = m\ddot{z} \end{cases} \tag{1}$$

Här vet vi att bankurvan är $r = 2R\cos\theta$ (2)

Tidsderivering ger $\dot{r} = 2R(-\sin\theta)\cdot\dot{\theta} = -2R\sin\theta\cdot\dot{\theta}$ (3)

$$\ddot{r} = -2R\cos\theta\cdot\dot{\theta}^2 - 2R\sin\theta\cdot\ddot{\theta} \tag{4}$$

Vi vet också att vinkelhastigheten är konstant $\ddot{\theta} = 0$

Insättning av (2), (3) och (4) i kraftekvationen (1) ger

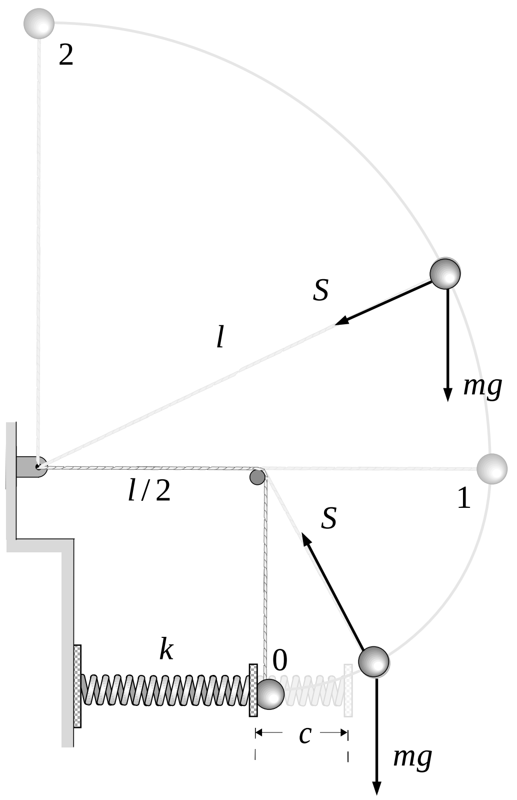
$$\begin{cases} -N_1\cos\theta = m\left(-2R\cos\theta\cdot\dot{\theta}^2 - 2R\cos\theta\cdot\dot{\theta}^2\right) \\ N - N_1\sin\theta = m\left(-4R\sin\theta\cdot\dot{\theta}^2\right) \end{cases} \tag{5}$$

skrivs enklare
$$\begin{cases} -N_1\cos\theta = -4mR\cos\theta\cdot\dot{\theta}^2 \\ N - N_1\sin\theta = -4mR\sin\theta\cdot\dot{\theta}^2 \end{cases} \tag{6}$$

Vi ska bestämma N. Lös ut N_1 ur ekv (6a) och sätt in i ekv (6b)!

$$N - 4mR\sin\theta\cdot\dot{\theta}^2 = -4mR\sin\theta\cdot\dot{\theta}^2 \tag{7}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{N = 0}}$$



De krafter som verkar på pendeln under hela rörelsen är tyngdkraften mg och trådkraften S. Trådkraften söks, och vi kan bestämma den med kraftekvationen $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ i det naturliga systemet:

$$\begin{cases} m\ddot{s} = F_t \\ m\dfrac{\dot{s}^2}{\rho} = F_n \end{cases} \tag{1}$$

där ρ är krökningsradien.
I normalriktningen får vi för läge 1 (horisontell komponent)

$$m\frac{v_1^{\ 2}}{l/2} = S_1 \tag{2}$$

I normalriktningen får vi för läge 2 (vertikal komponent)

$$m\frac{v_2^{\ 2}}{l} = S_2 + mg \tag{3}$$

Trådkraften ges alltså av ekv (2) och (3) om vi kan bestämma vänsterleden, dvs bestämma farten i de båda lägena 1 och 2. Trådkraften gör inget arbete så att mekaniska energin bevaras:

$$T_1 + V_1 = T_0 + V_0 \tag{4}$$

Låt referensnivån för tyngdkraften vara i nivå med dubben . Insättning ger

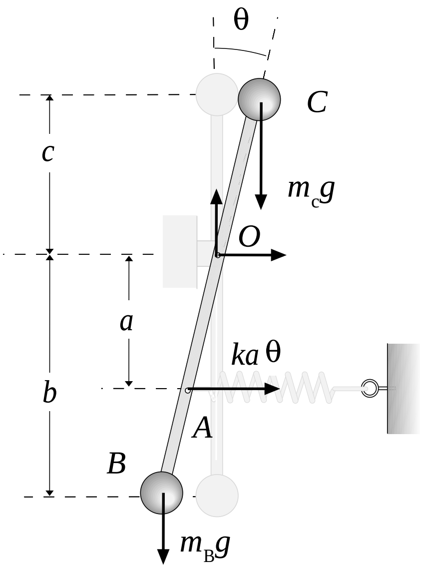
$$\frac{1}{2}mv_1^{\ 2} + 0 + 0 = 0 + \frac{1}{2}kc^2 - mg\frac{l}{2} \quad \Rightarrow \quad mv_1^{\ 2} = kc^2 - mgl \tag{5}$$

Insättning av (5) i ekv (2) ger resultatet $\underline{\underline{S_1 = \dfrac{2kc^2}{l} - 2mg}}$ (6)

På samma sätt $\quad T_2 + V_2 = T_0 + V_0$ (7)

$$\frac{1}{2}mv_2^{\ 2} + mgl = \frac{1}{2}kc^2 - mg\frac{l}{2} \quad \Rightarrow \quad mv_2^{\ 2} = kc^2 - 3mgl \tag{8}$$

Insättning av (8) i ekv (3) ger resultatet $\underline{\underline{S_2 = \dfrac{kc^2}{l} - 4mg}}$ (9)



Svängningstiden eller perioden för stångens små svängningar skall bestämmas. Låt vinkeln θ vara stångens vridningsvinkel, som alltså är liten. När figuren ritas blir det ju en relativt stor vinkel som ritas men man kan för geometrin fortfarande anta att läget är nästan vertikalt. Fjädern antas vara horisontell. Om man tycker att ett uttryck skulle vara $\sin\theta$ blir det ju i alla fall $\theta \approx \sin\theta$. Fjäderns förlängning räknat från jämviktsläget är då $a\theta$. Punkten A flyttar sig längs en kort cirkelbåge med längden $a\theta$. Kulornas hastigheter (radien gånger vinkelhastigheten) är $b\dot{\theta}$ respektive $c\dot{\theta}$.

Frilägg kroppen! Den påverkas av tyngdkrafterna, fjäderkraften och reaktionskraften vid O. För att direkt eliminera reaktionskraften i O ställer vi upp

momentekvationen $$\mathbf{M}_O = \dot{\mathbf{H}}_O \tag{1}$$

som allmänt har z-komponenten $$M_z = \dot{H}_z \tag{2}$$

De krafter som ger moment är fjäderkraften och tyngdkrafterna. Rörelsemängdsmomentet för plan rörelse i planpolära koordinater är $mr^2\dot{\theta}$. Insättning i momentekvationen ger

$$-a\cdot ka\theta + m_C g\cdot c\theta - m_B g\cdot b\theta = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(m_B b^2\dot{\theta} + m_C c^2\dot{\theta}\right) \tag{3}$$

$$\left(m_B b^2 + m_C c^2\right)\ddot{\theta} + \left[ka^2 - \left(m_C c\theta - m_B b\right)g\right]\theta = 0 \tag{4}$$

Standardekvationen blir

$$\ddot{\theta} + \frac{ka^2 - \left(m_C c - m_B b\right)g}{m_B b^2 + m_C c^2}\,\theta = 0 \tag{5}$$

Identifiering ger då egenvinkelfrekvensen i kvadrat

$$\omega_n{}^2 = \frac{ka^2 - \left(m_C c - m_B b\right)g}{m_B b^2 + m_C c^2} \tag{6}$$

Perioden är då $$\tau_n = 2\pi\sqrt{\frac{m_B b^2 + m_C c^2}{ka^2 - \left(m_C c - m_B b\right)g}}$$