

Detta är ett plant problem men vi får komma ihåg att det är två armar som håller upp skopan.

Frilägg skopan och armarna  $ACG$ . Motsvarande kontaktkrafter införs enligt figuren.

Den horisontella hydrauliska cylindern måste vara en tvåkraftskropp eftersom den ska behandlas som en lätt kropp. Kraften i  $C$  måste alltså vara horisontell. Betrakta skopan och *båda* armarna!

Jämvikt fordrar:

$$\rightarrow: 2P - 2H = 0 \quad (1)$$

$$\uparrow: 2V - mg = 0 \quad (2)$$

$$\curvearrow A: 2P \cdot h - mg \cdot (b + c) = 0 \quad (3)$$

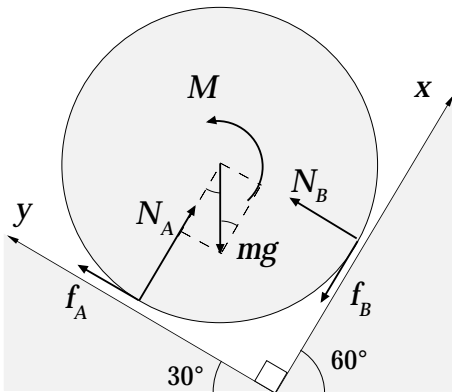
I ekv (3) har utnyttjats att  $A$  är en glatt led, vilket betyder att friktionskraftmomentet i leden är noll.

Ekv (1), (2) och (3) ger då:

$$H = \frac{b + c}{2h} mg$$

$$V = \frac{mg}{2}$$

$$P = \frac{b + c}{2h} mg$$



Kroppen befinner sig i ett jämviktstillstånd. Jämvikt fordrar att kraftsumman och kraftmomentsumman är noll.

Med den givna riktningen för kraftparsmomentet blir riktningarna för de båda friktionskrafterna de som figuren visar.

Jämvikt fordrar:

$$\mathbf{e}_x: \quad N_A - f_B - mg \cos 30^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{e}_y: \quad f_A + N_B - mg \sin 30^\circ = 0 \quad (2)$$

$$\mathbf{e}_z: \quad M - (f_A + f_B) \cdot r = 0 \quad (3)$$

Då kroppen börjar att rotera är friktionen fullt utbildad. Friktionsvillkoret är

$$f_A = \mu N_A \quad (4)$$

$$f_B = \mu N_B \quad (5)$$

Vi ska bestämma kraftparsmomentet  $M$ , vilket enligt ekv (3) betyder att vi ska först bestämma  $f_A$  och  $f_B$ . Börja med att sätta in ekv (4) och (5) i (1) och (2)!

$$N_A - \mu N_B - \frac{\sqrt{3}}{2} mg = 0 \quad (6)$$

$$\mu N_A + N_B - \frac{1}{2} mg = 0 \quad (7)$$

Multipluera ekv (7) med  $\mu$  och addera ekv (6)!

$$N_A = \frac{\mu + \sqrt{3}}{2(1 + \mu^2)} mg \quad (8)$$

Multipluera ekv (6) med  $-\mu$  och addera ekv (7)!

$$N_B = \frac{1 - \mu\sqrt{3}}{2(1 + \mu^2)} mg \quad (9)$$

Friktionskrafterna ges nu av ekv (4) och (5) så att resultatet blir

$$M = \mu \left[ \frac{\mu + \sqrt{3}}{2(1 + \mu^2)} + \frac{1 - \mu\sqrt{3}}{2(1 + \mu^2)} \right] mgr \quad \Rightarrow$$

$$M = \frac{1 + \sqrt{3} + \mu - \mu\sqrt{3}}{2(1 + \mu^2)} \mu mgr$$

**3a** Resultanten i origo är  $\mathbf{F} = (0, 0, 0)$ ;  $\mathbf{M}_O = (-2aP, bP, 0)$   
Man vill ju bara ha ett moment  $m$  a p  $x$ -axeln, därför skall  $b$  minskas.

**3b** Två kraftsystem är ekvimomenta om kraftsummorna är lika och om kraftmomenten med avseende på en godtycklig punkt (t ex  $A$ ) är lika.  
För både vänstra och högra kraftsystemet fås  
 $\mathbf{F} = (P, P, 0)$ ;  $\mathbf{M}_A = (0, 0, 2aP)$   
vilket betyder att de är ekvimomenta.

**4a** Masscentrum ges av

$$x_G = \frac{\sum m_k x_k}{\sum m_k} = \frac{2m \cdot b + 3m \cdot 2b + m \cdot 3b + 2m \cdot 4b}{2m + 3m + m + 2m} = \frac{19mb}{8m} = \frac{19}{8}b$$

**4b** Masscentrum för en sammansatt kropp ges av

$$x_G = \frac{\int x_g dm}{\int dm} = \frac{\int x \rho A(x) dx}{\int \rho A(x) dx} = \frac{\int x A(x) dx}{\int A(x) dx}$$