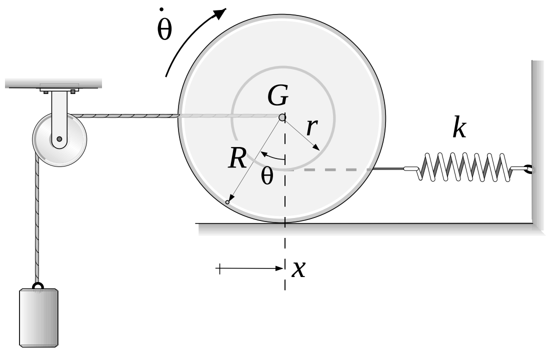
0401021

KTH Mekanik
Christer Nyberg

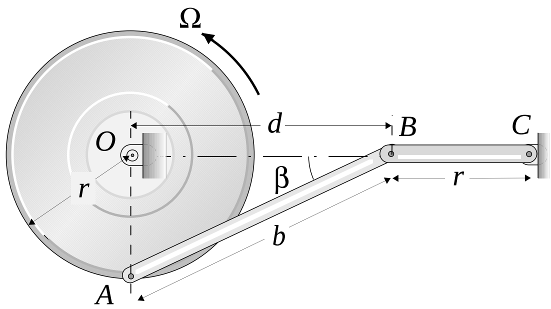
Tentamen i 5C1140, mekanikII för M och T

Varje uppgift ger högst 3 poäng. På varje del fordras 4 poäng för godkänt. Rita tydliga figurer, definiera införda beteckningar och motivera uppställda samband! Skrivtiden är 4 h.

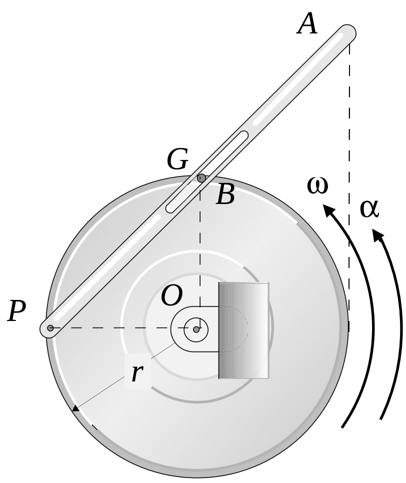
Problemdelen



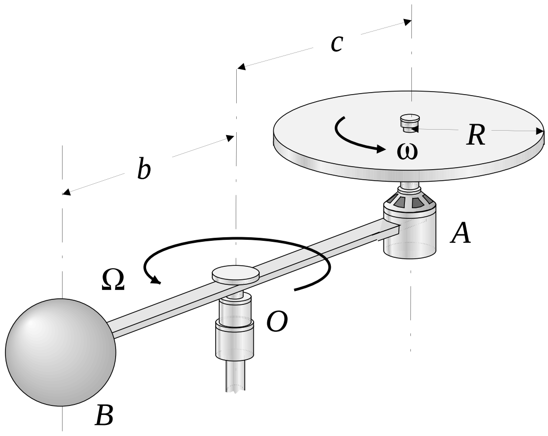
1. En homogen trådrulle med ytterradie R och innerradie r har massan M. Tråden på innerrullen är förenad med en horisontell rak fjäder, vars andra ände är fix. Fjäderkonstanten är k. En annan tråd förenar via en lätt och lättrörlig fix trissa rullens masscentrum G med en motvikt med massan m. Innerrullen, tråden och fjädern är lätta. Bestäm, för den första delen av rörelsen, rullens fart $\dot{x}$ som funktion av läget x, om den släpps från vila då fjäderförlängningen för $x = 0$ är δ. Trådrullen rullar utan att glida åt höger på horisontalplanet.



2. En cirkelskiva med radien r kan rotera kring en fix axel vid O. Ett länksystem består av två länkarmar AB och BC med längden b respektive r. AB är i A ledad vid cirkelskivan medan BC är ledad vid den fixa punkten C. I ett visst ögonblick sammanfaller stången BC med linjen OC. Linjerna OA och OC är då vinkelräta. Bestäm stängernas vinkelhastigheter och vinkelaccelerationer i detta ögonblick, då skivan har en konstant vinkelhastighet Ω moturs. Avståndet d och vinkeln β är också givna storheter.



3. En cirkelskiva med radien r roterar i ett *horisontalplan* kring en fix vertikal axel vid O. En smal homogen stång har massan m och längden $2\sqrt{2}r$. Den är i P glatt ledad vid cirkelskivan. En tapp på cirkelskivan vid B sticker upp i stångens glatta skåra och gör så att stången och cirkelskivan rör sig tillsammans som en enda kropp. Punkten B sammanfaller med stångens masscentrum G. Bestäm normalkraften från tappen på stången, om vinkelhastigheten är ω och vinkelaccelerationen α.

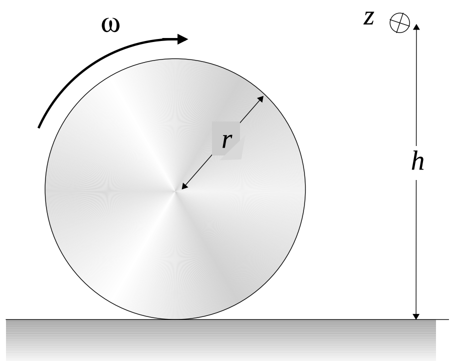


4. En lätt horisontell stång AB kan rotera helt fritt kring en fix vertikal axel vid O. Vid stångens ena ände A, på avståndet c från O, är en liten motor med massan m_A fastsatt. Motorn driver en homogen cirkulär skiva med massan M och radien R till rotation kring symmetriaxeln. Vid stångens andra ände B, på avståndet b från O, sitter en liten motvikt med massan m_B. Till en början är stången i vila medan cirkelskivan har vinkelhastigheten ω. Motorn stannar. Bestäm stångens vinkelhastighet Ω när skivan har stannat relativt motorn och stången.

Teoridelen

5. Visa, med hjälp av sambandsformeln för hastigheter, att det för en stel kropps allmänna plana rörelse i varje ögonblick finns en punkt i kroppen eller dess stela utsträckning som har hastigheten noll. Visa också hur denna punkts läge kan bestämmas genom en geometrisk konstruktion.

6. Betrakta en homogen cylinder med radien r som rullar utan att glida på ett bord. Inför en z-axel parallellt med cylinderns axel på höjden h ovanför bordet.
Bestäm h uttryckt i r så att rörelsemängdsmomentet för cylindern med avseende på z-axeln blir noll.



7. Ett rotationssymmetriskt hjul med massan m, radien r och tröghetsmomentet I med avseende på symmetriaxeln rullar utan att glida nerför ett plan som lutar vinkeln β mot horisontalplanet. Bestäm masscentrums acceleration om friktionstalet är μ.

8. En rak, smal och homogen stång med massan m och längden b är i sin ena ändpunkt upphängd på en fix, glatt horisontell axel. En horisontell stötimpuls S, som är vinkelrät mot axeln, träffar stången på avståndet x från upphängningspunkten. Bestäm x så att stötimpulsen i upphängningspunkten blir så liten som möjligt.