

Tentamen i SG1102 och 5C1102 Mekanik mk, 2012-05-29

Var noga med att skilja på skalärer och vektorer.
Rita tydliga figurer och motivera lösningarna väl.

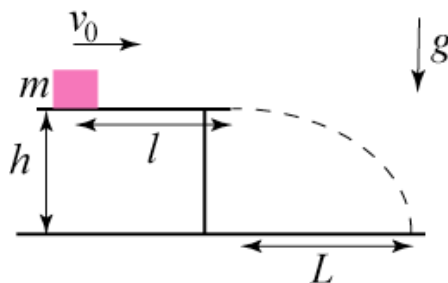
Enda tillåtna hjälpmedel är papper, penna, linjal och suddgummi.

Skrivtid 4 h.

OBS: uppgifterna skall inlämnas på *separata papper*

Problem

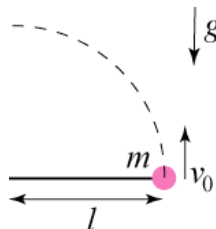
1.



En partikel med massan m ligger sträckan l från kanten på ett bord med höjden h över golvet. Friktionskoefficienten mellan bordet och partikeln är μ och luftmotståndet kan negligeras.

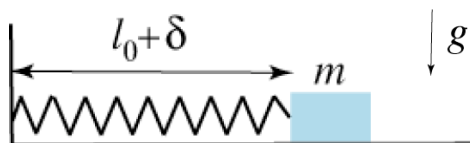
- a) Bestäm partikelns fart vid bordets kant, v_1 , om den ges hastigheten v_0 från utgångsläget (2p)
- b) Bestäm hur stor v_0 skall vara för att partikeln skall glida över kanten och landa på avståndet L från bordet. (1p)

2.



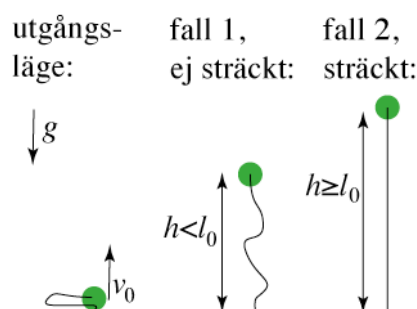
En boll är fäst i ett snöre med längden l och kan rotera eller svänga i ett vertikalt plan. Snöret är sträckt och horisontellt när bollen ges hastigheten v_0 rakt uppåt. Bestäm det minsta värde på v_0 som krävs för att för att snöret hela tiden skall vara sträckt under den fortsatta rörelsen i en cirkelbana. (3p)

3.



En partikel med massan m ligger på ett horisontellt friktionsfritt bord. Partikeln är fäst i en fjäder med naturliga längden l_0 och fjäderkonstanten k . Fjäders dras ut sträckan δ och släpps ifrån vila varvid systemet börjar svänga. Bestäm δ så att partikelns maximala acceleration under den fortsatta rörelsen blir g . (3p)

4.



En partikel med massan m är fäst i en lätt elastisk lina med fjäderkonstanten k och naturliga längden l_0 . Linan ligger i god ordning på marken. Dess andra ände är fäst i marken vid partikeln. Partikeln ges hastigheten v_0 rakt uppåt varvid den drar med sig linan. Bestäm den högsta höjd h partikeln når. Observera att linan kan vara slak eller spänd i detta läge, vilket gör att två fall måste utredas. Ange också ett villkor på v_0 som avgör om linan förblir slak eller spänns. Försumma luftmotstånd och andra förluster. (3p)

Teori

Var noga med att ange vad du definierar resp. visar samt vilka samband du använder i bevisen.

5. Härled uttrycken för hastighet och acceleration i cylinderkoordinater för rörelse i 3D, dvs. visa att $\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v} = \dot{r}\mathbf{e}_r + r\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta + \dot{z}\mathbf{e}_z$ och $\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\mathbf{e}_\theta + \ddot{z}\mathbf{e}_z$. Du får använda sambanden $\dot{\mathbf{e}}_r = \dot{\theta}\mathbf{e}_\theta$ och $\dot{\mathbf{e}}_\theta = -\dot{\theta}\mathbf{e}_r$ utan härledning. (3p)
6. En partikel, vars massa är m , rör sig i ett kraftfält $\mathbf{F}$, som i det allmänna fallet beror av både tiden t och partikelns läge $\mathbf{r}$. Definiera det arbete U_{1-2} , som kraftfältet utför på partikeln, om denna förflyttas mellan punkterna $\mathbf{r}_1$ och $\mathbf{r}_2$. Beräkna U_{1-2} om $\mathbf{F} = mg(0, 0, -1)$ där g är tyngdaccelerationen. Beräkna dessutom U_{1-2} för plan rörelse om, i planpolära koordinater, $\mathbf{F} = -k(r - l_0)\mathbf{e}_r$ där k och l_0 är konstanter. Vilken mekanisk anordning beskrivs av det sistnämnda kraftfältet?
7. Definiera begreppen centralrörelse och sektorhastighet. Visa att bankurvan vid centralrörelse är plan.
8. Ställ upp rörelseekvationerna för en matematisk pendel vars massa är m och längd är l . Förenkla ekvationerna under antagandet att pendelns utslagsvinkel θ är liten. Ange formeln för rörelsens vinkelfrekvens ω och period T .

Lycka till!

Fredrik, Fritz & Gunnar

Lösningar till problemdelen kommer att läggas ut på kurshemsidan efter skrivtidens slut.