

## Analytisk mekanik, 5C1121

### Inlämningsuppgift 4, VT 2005

På en fix horisontell glatt ring med radien  $R$  kan fyra partiklar, vardera med massan  $m$ , glida. Längs ringen löper fyra lätta fjädrar mellan angränsande partiklar, alla med styvhet  $k$ . Dessa är sådana att de är ospända när vinkeln mellan vektorerna från ringens centrum till angränsande partiklar är  $\pi/2$ . I jämvikt är alltså partiklarna i hörnen av en kvadrat.

Tag reda på vinkelfrekvenserna för svängningar kring jämviktslägena!

Ledning: Inför cylinderkoordinater  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$  för partiklarna enligt figur. Ställ upp kinetiska och potentiella energin för systemet i dessa. Notera att dessa inte är noll i jämviktslägena. Inför därför i stället nya koordinaterna  $u_1, u_2, u_3, u_4$  enligt  $\varphi_1 = u_1$ ,  $\varphi_2 = u_1 + \frac{\pi}{2} + u_2$ ,  $\varphi_3 = u_1 + 2\frac{\pi}{2} + u_3$ ,  $\varphi_4 = u_1 + 3\frac{\pi}{2} + u_4$ , och skriv om Lagrangefunktionen i termer av dessa. Använd sedan teorin för små svängningar och Maple för beräkning av vinkelfrekvenserna.

