

Mekanik för I1 SG1109, Kontrollskrivning
KS2, VT09, 2009 04 27, kl 08.00-10.00

Uppgift 1:

- a) En plan partikelpendel svänger med liten utslagsvinkel. Massan är m , trådlängden ℓ och tyngdaccelerationen är g . Beräkna vinkelfrekvensen och svängningstiden (perioden)!
- b) Vilka viktiga egenskaper har ett konservativt kraftfält $\mathbf{F}(\mathbf{r})$?
- c) Beräkna potentiella energin $V(r)$ för gravitationskraften,

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\frac{GMm}{r^2}\mathbf{e}_r,$$

på en partikel med massan m från en fix massa M på avståndet r från partikeln. Skilj *noga* på vektorer och skalärer!

Uppgift 2:

- a) Under vilka förutsättningar är totala rörelsemängden,

$$\mathbf{p} = \sum_{k=1}^N m_k \mathbf{v}_k,$$

för ett partikelsystem bevarad (konstant). Bevisa detta! (OBS: vektorer, här skrivna med fetstil, skall ha vektorstreck över sig i ditt svar.)

b) Ange Keplers tre lagar för planetrörelsen. En av dessa gäller för alla centralkrafter; de två övrigas härledning förutsätter gravitationskraften. Tala om vilken det är som gäller för godtycklig centralkraft.

c) En massa m utför fria odämpade svängningar längs en x -axel så att rörelseekvationen är $m\ddot{x} = -kx$. Visa att $x(t) = C \sin(\omega_n t + \alpha)$ är en lösning och tala om vad de tre konstanterna C , ω_n , och α står för.

Varje deluppgift ger noll, en halv, eller en (0, 0.5, 1) poäng. På denna KS 2 kan man högst få 6 poäng. På båda kontrollskrivningar tillsammans kan man få maximalt 12 poäng. För godkänd teoridel fordras minst 4 poäng sammanlagt.

Tillåtna hjälpmedel: skriv- och ritdon inklusive suddgummi.

Svar till KS2 för I1, VT09, 2009 04 27

Uppgift 1:

a) Detta finns på sidan 191 i Nybergs Mekanik Grundkurs. Svaret är att vinkelfrekvensen är,

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}, \text{ och perioden är då } T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}.$$

b) Arbetet är oberoende av bankurvan. Det finns en potentiell energifunktion. Arbetet för en sluten kurva är noll. Kraften är gradient till en potentialfunktion.

c) Detta finns på sidan 214, formel (8.31), i Nybergs Mekanik Grundkurs.

Uppgift 2:

a) Sid. 178 i Nybergs Mekanik Grundkurs. Den yttre kraftsumman skall vara noll. Beviset bygger på Newtons tredje lag för de inre krafterna.

b) Finns på sid 249 i Nybergs Mekanik Grundkurs. Lagen om sektorshastighetens konstans bygger endast på rörelsemängdsmomentets bevarande och gäller för alla centralkrafter.

c) Se sidorna 264-266 i Nybergs Mekanik Grundkurs. $\omega_n = \sqrt{k/m}$ är vinkelfrekvensen, α är begynnelsefasvinkel och C är amplituden.