

Lösning till kontrollskrivning 2 av Gustaf Mårtensson

2005-03-17

5C1106 Tillämpad fysik, mekanik, 4 poäng

1)

$$x(t) = A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t \Rightarrow \dot{x}(t) = -A \omega_n \sin \omega_n t + B \omega_n \cos \omega_n t$$

$$x_0 = x(0) = A \cdot 1 + B \cdot 0 = A \quad v_x = v_0 = \dot{x}(0) = -A \omega_n \cdot 0 + B \omega_n \cdot 1 = B$$

$$A = x_0 \quad B = \frac{v_0}{\omega_n}$$

- 2) NI, Tröghetslagen : En partikel förblir i sitt tillstånd av vila eller rätlinjig likformig rörelse då och endast då summan av alla krafter som verkar på partikeln är noll.

NII, Rörelsmängdslagen, Kraftekvationen: Ändringen per tid av partikelns rörelse-mängd är lika med summan av de krafter som verkar på partikeln och sker i den riktning längs vilken denna kraftsumma verkar: $\mathbf{F} = \dot{\mathbf{p}}$.

NIII, Lagen om verkan och motverkan: För varje kraftverkan från en partikel A på partikeln B finns en lika stor och motriktad reaktionskraft från partikeln B på partikeln A.

Bonusfrågan: Första lagen behövs tillsammans med tredje lagen för att avgöra om en referensram är en inertialram. Om en partikel accelererar i ett koordinatsystem måste den påverkas av en yttre kraft. Med hjälp av tredje lagen ska då en lika stor kraft från partikeln på en annan partikel (eller kropp) kunna observeras. Finns ingen sådan kraft skulle den partikel vi studerar vara i vila i en inertialram enl första lagen. Om så inte är fallet (utan den accelererar) så är vår referensram inte en inertialram.

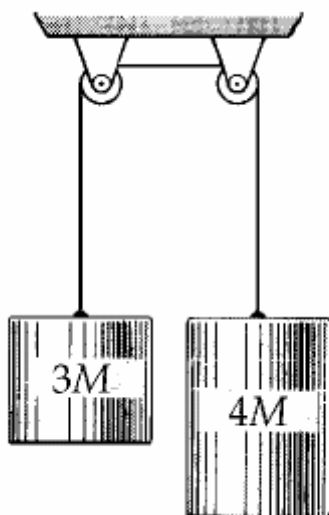
Ett annat exempel (med karusell) återfinns på sid 204-205 i Apazidis' bok.

- 3) Impulsens x-komponent är $I = \int_{t_1}^{t_2} F dt = mv_2 - mv_1 =$ ändring i rörelsemängd.

Kinetiska energin i utgångsläget är $T_1 = \frac{1}{2} mv_1^2$;

denna ökas till $T_2 = \frac{1}{2} mv_2^2 = 2T_1 = 2 \cdot \frac{1}{2} mv_1^2 = mv_1^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2} v_1 \Rightarrow I = (\sqrt{2} - 1)mv_1$.

4)



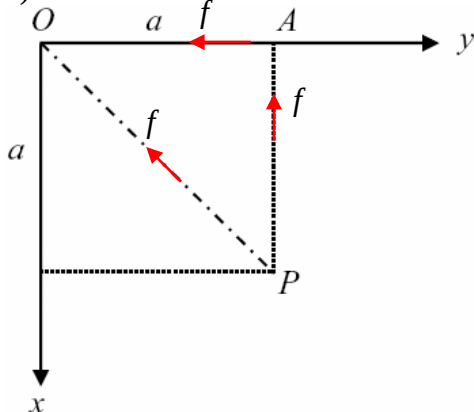
Om båda vikterna hade haft massorna $3Mg$ skulle $T = 3 Mg$ gälla.

Om båda vikterna hade haft massorna $4Mg$ skulle $T = 4 Mg$ gälla.

T måste således ligga mellan dessa båda värden:

$$3Mg < T < 4Mg$$

5)



Beräkna friktionskraftens arbete vid förflyttning från O till P längs de två olika vägarna

(i) först från O till A längs y -axeln och därefter från A till P längs räta linjen vinkelrät mot y -axeln:

$$\begin{aligned} U_{O-P}^{(i)} &= \int_{r_O}^{r_P} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_{r_O}^{r_A} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} + \int_{r_A}^{r_P} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \\ &= \int_{r_O}^{r_A} -f \mathbf{e}_y \cdot (dx \mathbf{e}_x + dy \mathbf{e}_y + dz \mathbf{e}_z) + \int_{r_A}^{r_P} -f \mathbf{e}_x \cdot (dx \mathbf{e}_x + dy \mathbf{e}_y + dz \mathbf{e}_z) = \\ &= \int_0^a -f dy + \int_0^a -f dx = (-fa + 0) + (-fa + 0) = -2fa \end{aligned}$$

(ii) sedan längs diagonalen från O till P

$$U_{O-P}^{(ii)} = \int_{r_O}^{r_P} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_0^{a\sqrt{2}} -f \mathbf{e}_{OP} \cdot d\mathbf{e}_{OP} = -fa\sqrt{2} + 0 = -\sqrt{2}fa$$

$U_{O-P}^{(i)} \neq U_{O-P}^{(ii)}$; vi har hittat två olika vägar som ger olika arbete. Alltså är friktionskraften inte konservativ.
($f = \mu N = \mu mg$)

6) Rörelsemängdsmomentet $\mathbf{H}_O = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$;

$$\dot{\mathbf{H}}_O = \dot{\mathbf{r}} \times m\mathbf{v} + \mathbf{r} \times m\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{v} \times m\mathbf{v} + \mathbf{r} \times m\mathbf{a} = \mathbf{0} + \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \mathbf{M}_O. \quad O \text{ fix punkt.}$$

GK