

Läsåret 07/08

Kontrollskrivning nr 1+2 – KS 1+2 – 2008-05-29

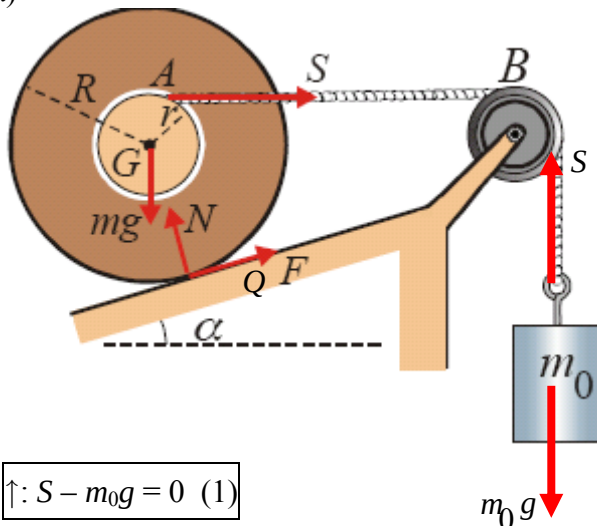
SG1108 Tillämpad fysik, mekanik, 7,5 hp

5C1108 Tillämpad fysik, mekanik, 7,5 hp

5C1106 Tillämpad fysik, mekanik, 6 hp

Lösningar

1. a)



b) $\uparrow: S - m_0 g = 0 \quad (1)$

$\curvearrowleft: S r - F R = 0 \Rightarrow F = \frac{r}{R} S \quad (2)$
 $\rightarrow: S \cos \alpha + F - mg \sin \alpha = 0 \quad (3)$
 $\uparrow: N - mg \cos \alpha - S \sin \alpha = 0 \quad (4)$

c) Insättning av (2) i (3) och (4) ger

$$S = \frac{R \sin \alpha}{R \cos \alpha + r} mg \quad (4)$$

$$N = \frac{R + r \cos \alpha}{R \cos \alpha + r} mg \quad (5)$$

Men enl (1) är $S = m_0 g$, vilket ger

$$m_0 = \frac{R \sin \alpha}{R \cos \alpha + r} m.$$

Friktionsvillkoret på gränsen till glidning är $F = \mu N$. (6)

Ekvationerna (2), (4), (5) och (6) ger

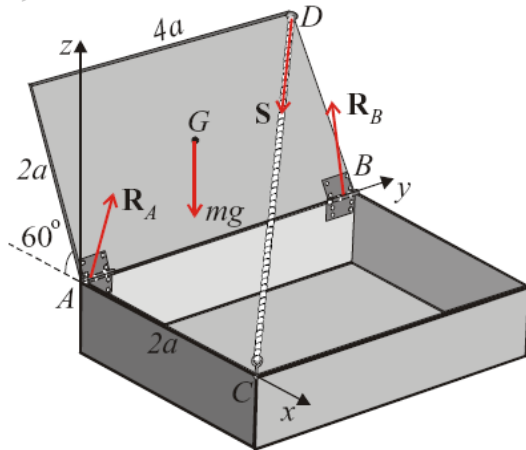
$$\frac{r}{R} \frac{R \sin \alpha}{R \cos \alpha + r} = \mu \frac{R + r \cos \alpha}{R \cos \alpha + r}$$

och slutligen

$$\mu = \frac{r \sin \alpha}{R + r \cos \alpha}.$$

VÄND!

2. a)

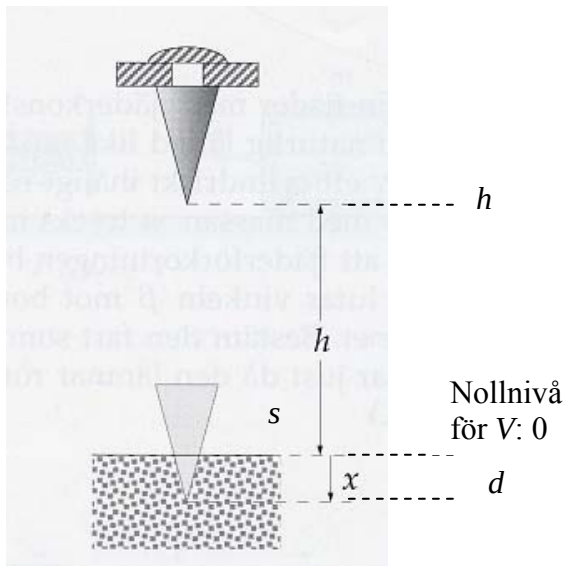
b) Bestäm riktningen för $\mathbf{S}$.

$$C: (2a, 0, 0), \quad D: (-a, 4a, \sqrt{3}a),$$

$$G: \left(-\frac{a}{2}, 2a, \frac{\sqrt{3}}{2}a\right) \Rightarrow \mathbf{r}_{DC} = (3a, -4a, -\sqrt{3}a)$$

$$\mathbf{e}_{DC} = \frac{(3, -4, -\sqrt{3})}{2\sqrt{7}} \Rightarrow \mathbf{S} = S\mathbf{e}_{DC} = S \frac{(3, -4, -\sqrt{3})}{2\sqrt{7}}$$

3.



a) Tyngdkraften är konservativ så under den fallrörelsen gäller mekaniska energilagen:

$$T_0 + V_0 = T_h + V_h$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = 0 + mgh$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$\mathbf{S} = S \frac{(3, -4, -\sqrt{3})}{2\sqrt{7}}, \quad m\mathbf{g} = (0, 0, -1)mg,$$

$$\mathbf{R}_A = (R_{Ax}, R_{Ay}, R_{Az}), \quad \mathbf{R}_B = (R_{Bx}, R_{By}, R_{Bz}).$$

c) Momentekvationen med avseende på A:

$$\mathbf{M}_A = \mathbf{r}_{AG} \times m\mathbf{g} + \mathbf{r}_{AD} \times \mathbf{S} + \mathbf{r}_{AB} \times \mathbf{R}_B + \mathbf{0} \times \mathbf{R}_A =$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z \\ -\frac{1}{2}a & 2a & \frac{\sqrt{3}}{2}a \\ 0 & 0 & -mg \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z \\ -a & 4a & \sqrt{3}a \\ 3 & -4 & -\sqrt{3} \end{vmatrix} \frac{S}{2\sqrt{7}} +$$

$$+ \mathbf{r}_{AB} \times \mathbf{R}_B = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{e}_y: -\frac{1}{2}mga + (3\sqrt{3} - \sqrt{3}) \frac{aS}{2\sqrt{7}} = 0 \Rightarrow$$

$$S = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{7}{3}} mg$$

b) $\mathbf{R}$ är icke-konservativ; om man för konen i materialet en krokig väg mellan två punkter, så blir det arbete kraften uträttar större än vid lodrät förflyttning.

c) Använd lagen om kinetiska energin:

$$U_{0-d} = T_d - T_0$$

$$mgd + \int_0^d -kx dx = 0 - \frac{1}{2}mv^2$$

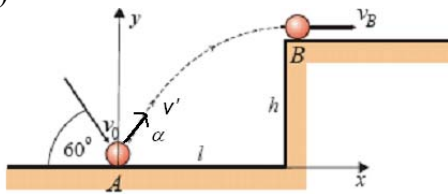
$$mgd - \frac{1}{2}kd^2 = 0 - mgh$$

$$d = \frac{mg}{k} + \sqrt{\frac{m^2g^2}{k^2} + 2\frac{mgh}{k}}$$

(Endast positiva roten ger $d < 0$.)

VÄND!

4. a)



Partikelns rörelsemängd i horisontella riktningen bevaras:

$$\rightarrow: mv_0 \cos 60^\circ = mv' \cos \alpha$$

$$\boxed{v' = \frac{1}{2 \cos \alpha} v_0} \quad (1)$$

b) Låt index 1 gälla partikeln och index 2 det fasta underlaget.

$$\uparrow: e = -\frac{v'_{2y} - v'_{1y}}{v_{2y} - v_{1y}} = -\frac{0 - v' \sin \alpha}{0 - (-v_0 \sin 60^\circ)} = \frac{v' \sin \alpha}{v_0 \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{v'_{1y} = v' \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4} v_0}$$

c) Betrakta rörelsen efter stöten. Partikelns rörelse är en kastparabel.

$$\begin{cases} \rightarrow: \ddot{x} = 0 \\ \uparrow: \ddot{y} = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x} = c_1 = \frac{1}{2} v_0 \\ \dot{y} = c_2 - gt = \frac{\sqrt{3}}{4} v_0 - gt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} v_0 t \\ y = \frac{\sqrt{3}}{4} v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}, \quad \dot{y} = 0 \text{ ger } t_1 \text{ för punkten } B$$

$$\text{Vi får } t_1 = \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{v_0}{g} \text{ och } l = x(t_1) = \frac{\sqrt{3}}{8} \frac{v_0^2}{g} \text{ samt } h = y(t_1) = \frac{3}{32} \frac{v_0^2}{g}$$

$$\boxed{l = \frac{\sqrt{3}}{8} \frac{v_0^2}{g}}$$

$$\boxed{h = \frac{3}{32} \frac{v_0^2}{g}}$$

GK