

Läsåret 06/07

Kontrollskrivning nr 2 – KS 2 – 2007-03-02

5C1108 Tillämpad fysik, mekanik, 5 poäng

Lösningar

$$1. a) V(\mathbf{r}) = - \int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}} \mathbf{F}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r} = - \int_{l_0}^x -k(x-l_0) \mathbf{e}_x \cdot d\mathbf{x} \mathbf{e}_x = k \frac{(x-l_0)^2}{2}.$$

$$V = k \frac{(x-l_0)^2}{2}$$

b) I A sätter vi tyngdkraftens potentiella energi till 0 och eftersom fjädern i A är förlängd sträckan $\sqrt{r^2 + d^2} - r$ blir potentiella energin enligt a):

$$V = k \frac{(\sqrt{r^2 + d^2} - r)^2}{2}$$

I punkten B är fjädern ospänd varför hylsan endast har tyngdkraftens potentiella energi i B: $V = mgr$

c) För att nå B måste hylsan passera högsta punkten H. Hastigheten i högsta punkten måste således vara noll, för hylsan ska nå B. Mekaniska energilagen ger:

$$T_B + V_B = T_h + V_h \Leftrightarrow T_B = T_h + V_h - V_B \Rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 = 0 + 2mgr - mgr \Rightarrow v_B = \sqrt{2gr}$$

2. $\dot{x}_{1f} = 2v$, $\dot{x}_{2f} = -v$, f = före, e = efter

Rörelsemängden bevaras under stöten:

$$m\dot{x}_{1f} + m\dot{x}_{2f} = m\dot{x}_{1e} + m\dot{x}_{2e} \Rightarrow 2v - v = \dot{x}_{1e} + \dot{x}_{2e} \Leftrightarrow \dot{x}_{2e} + \dot{x}_{1e} = v \quad (1)$$

$$\text{Studstalet } e = -\frac{\dot{x}_{2e} - \dot{x}_{1e}}{\dot{x}_{2f} - \dot{x}_{1f}} = -\frac{\dot{x}_{2e} - \dot{x}_{1e}}{-v - 2v} = \frac{\dot{x}_{2e} - \dot{x}_{1e}}{3v} \Rightarrow \dot{x}_{2e} - \dot{x}_{1e} = 3ev \quad (2)$$

$$a) e = 0 \Rightarrow \dot{x}_{2e} - \dot{x}_{1e} = 0 \quad (2a); (1) + (2a): 2\dot{x}_{2e} = v \Leftrightarrow \dot{x}_{2e} = \frac{v}{2} \quad (2a): \dot{x}_{1e} = \frac{v}{2}$$

$$b) e = 1 \Rightarrow \dot{x}_{2e} - \dot{x}_{1e} = 3v \quad (2b); (1) + (2b): 2\dot{x}_{2e} = 4v \Leftrightarrow \dot{x}_{2e} = 2v \quad (2b): \dot{x}_{1e} = -v$$

c) För a):

$$\Delta T = (T_{1f} + T_{2f}) - (T_{1e} + T_{2e}) = \left(\frac{1}{2} m \dot{x}_{1f}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_{2f}^2\right) - \left(\frac{1}{2} m \dot{x}_{1e}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_{2e}^2\right) = \frac{1}{2} m [(4v^2 + v^2) - \left(\frac{v^2}{4} + \frac{v^2}{4}\right)]$$

$$\Delta T = \frac{9}{4} m v^2$$

För b):

$$\Delta T = (T_{1f} + T_{2f}) - (T_{1e} + T_{2e}) = \left(\frac{1}{2} m \dot{x}_{1f}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_{2f}^2\right) - \left(\frac{1}{2} m \dot{x}_{1e}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}_{2e}^2\right) = \frac{1}{2} m [(4v^2 + v^2) - (v^2 + 4v^2)]$$

$$\Delta T = 0$$