

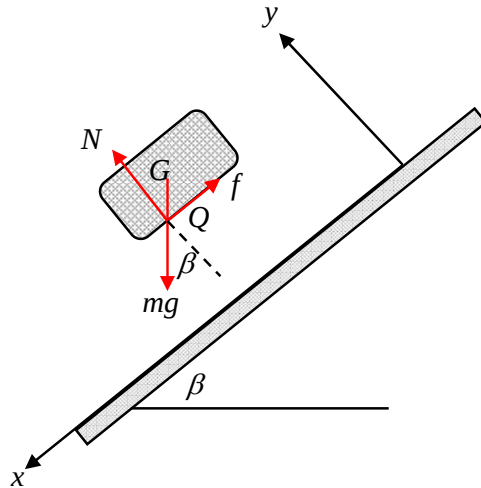
Läsåret 07/08

Kontrollskrivning nr 2 – KS 2 – 2008-03-04

SG1108 Tillämpad fysik, mekanik, 7,5 hp

Lösningar

1. a)



Eftersom lådan inte roterar, måste de tre krafternas verkningslinjer skära varandra i en punkt som i figuren ($M_Q = 0$).

b) Kartesiskt koordinatsystem enligt a).

Vid $t = 0$ är $x = 0$ och $\dot{x} = 0$.

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

$$x \swarrow: mg \sin \beta - f = m\ddot{x} \quad (1)$$

$$y \nwarrow: N - mg \cos \beta = m\ddot{y} = 0 \quad (2)$$

c) Glidning innebär fullt utbildad friktion: $f = \mu N$. Ekv (2) ger $f = \mu mg \cos \beta$.

Insättning i ekv (1) ger:

$$\ddot{x} = g \sin \beta - \mu g \cos \beta \quad (3)$$

$$\dot{x} = (g \sin \beta - \mu g \cos \beta)t + \text{konst}; \text{konst} = 0, \text{ ty vid } t = 0 \text{ är } \dot{x} = 0 \quad (4)$$

$$x = (g \sin \beta - \mu g \cos \beta) \frac{t^2}{2} + \text{konst}; \text{konst} = 0, \text{ ty vid } t = 0 \text{ är } x = 0 \quad (5)$$

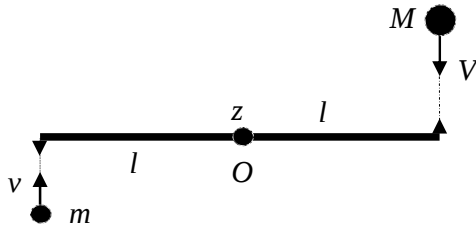
$$x = d \text{ ger } t = \sqrt{\frac{2d}{g(\sin \beta - \mu \cos \beta)}}. \text{ Insättning i ekv (4) ger}$$

$$v = \dot{x} = \sqrt{2dg(\sin \beta - \mu \cos \beta)}.$$

VÄND

2. a)

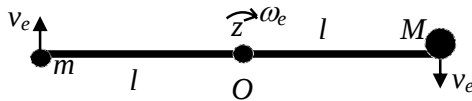
Före kollision



Låt z-axeln gå genom O och vara riktad vertikalt (in i papperet).

$$\text{Rörelsemängdsmomentet } H_{zf} = MV + mlv \quad (1)$$

Efter kollision



Låt z-axeln gå genom O och vara riktad vertikalt (in i papperet).

$$v_e = l\omega_e \quad (2)$$

$$\text{Rörelsemängdsmomentet } H_{ze} = Mlv_e + mlv_e = (M + m)lv_e = (M + m)l^2\omega_e \quad (3)$$

Under den korta stöttiden uppträder en stötkraft från axeln på stangen i O . Denna reaktionskraft har ingen momentarm, varför den inte ger upphov till något stötkraftmoment.

Rörelsemängdsmomentet är således bevarat under stöten: $H_{ze} = H_{zf}$ (4)

$$(1) \text{ och } (3) \text{ i } (4) \text{ ger } MV + mlv = (M + m)l^2\omega_e \Rightarrow \boxed{\omega_e = \frac{MV + mv}{(M + m)l}} \quad (5)$$

$$\text{b) } (5) \text{ i } (2) \text{ ger: } \boxed{v_e = \frac{MV + mv}{M + m}} \quad (6)$$

$$\text{c) Förlorad energi } \Delta T = T_f - T_e = \left(\frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}mv^2 \right) - \frac{1}{2}(M + m)v_e^2$$

Insättning av (6) ger

$$\begin{aligned} \Delta T &= \left(\frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}mv^2 \right) - \frac{1}{2} \frac{(MV + mv)^2}{M + m} = \frac{1}{2} \frac{(M + m)MV^2 + (M + m)mv^2 - (MV + mv)^2}{M + m} = \\ &= \frac{1}{2} \frac{M^2V^2 + mMV^2 + mMV^2 + m^2v^2 - M^2V^2 - m^2v^2 - 2mMVv}{M + m} = \frac{1}{2} \frac{mM(V^2 + v^2 - 2Vv)}{M + m} \end{aligned}$$

$$\boxed{\Delta T = \frac{1}{2} \frac{mM(V - v)^2}{M + m}}$$