Repetition | Sammanfattning Statik

Kapitel 1
→ Vad är en vektor?
→ Vad är en skalär?
→ Kryssprodukt
→ Skalärprodukt

Kapitel 2
→ Enheter / storheter
→ Dimensionsanalys

Så att ni aldrig:
- Missar vektorstreck
- Svarar med fel enhet
- Har fel notation

Kapitel 3
→ Vad är en kraft?
→ Vad är ett moment?

Kapitel 4
→ Kraftsystem reduceras till:
→ Resultant i A = kraftsumma $\bar{F}$ + kraftparsmoment $\bar{M}_A$
eller
→ Enkraftsresultant = kraftsumma $\bar{F}$ + verkningslinje (om $\bar{F} \perp \bar{M}_A$)

eller
→ kraftskruv = kraftsumma $\bar{F}$ + parallellt moment $\bar{M}_{\parallel}$ + verkningslinje

Kapitel 5
→ Beräkning av masscentrum

$$\bar{r}_G = \frac{\int \bar{r}\, dm}{\int dm}$$

Kapitel 6
→ Jämvikt
→ Resultanten i punkt A av frilagt system uppfyller:

$\bar{F} = \bar{0}$

$\bar{M}_A = \bar{0}$

→ Jämvikt även i delsystem
→ Snitta och frilägg
→ Inför obekanta krafter och moment i snittpunkter

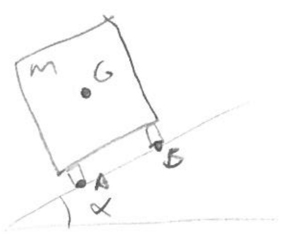
→ Jämvikt med friktion
→ Frilagda punkter med friktionskraft f måste uppfylla

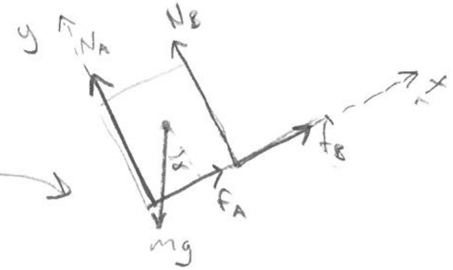
$f \leq \mu N$

→ $f = \mu N$ Gränsfall glidning

Recept för jämvikt

1) a) - <u>Frilägg</u> hela systemet från ytor, och rita in yttre krafter på systemet.
- Inför normalkrafter i kontaktpunkter vinkelrätt mot ytan.
- Är inte ytan glatt? Fundera vad som händer då jämvikten bryts p.g.a. glidning
Inför friktionskrafter i kontaktpunkter tangentiellt med ytan som motverkar att glidning uppstår.





Tips: Inför ett koordinatsystem som är riktat på ett sätt som gör att kraftriktningarna kan uttryckas enkelt!

b) Räkna <u>kraftjämvikt</u>, d.v.s. ställ upp kraftsumman i varje riktning och sätt till noll.

$\sum F_x = 0$

$\sum F_y = 0$

($\sum F_z = 0$ om 3D-tal)

c) Fortfarande obekanta krafter/avstånd etc.
Beräkna en <u>momentjämvikt</u> runt någon punkt P!

$$\left(\left. \begin{array}{l} \sum M_{P,x} = 0 \\ \sum M_{P,y} = 0 \end{array} \right\} \text{om 3D-tal} \right)$$

$$\sum M_{P,z} = 0$$

d) Fortfarande obekanta krafter/avstånd etc.
Är systemet på gräns till glidning?
I sådant fall sätt:

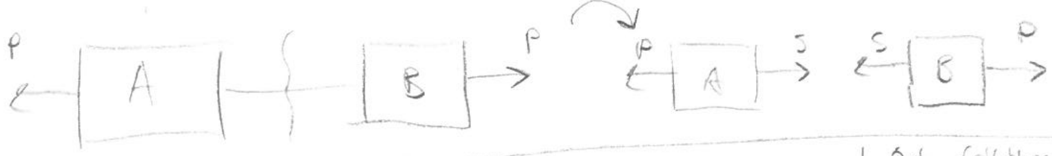
$$\boxed{f_P = \mu N_P}$$

i de punkter P där det kan glida.

e) Kan den glida i två kontaktpunkter A & B?
Sätt först $f_A = \mu N_A$ och räkna fram f_B vid jämvikt.
Om $f_B > \mu N_B$, så betyder det att den kommer glida i B först. Räkna därför istället med $f_B = \mu N_B$ med f_A som okänd.

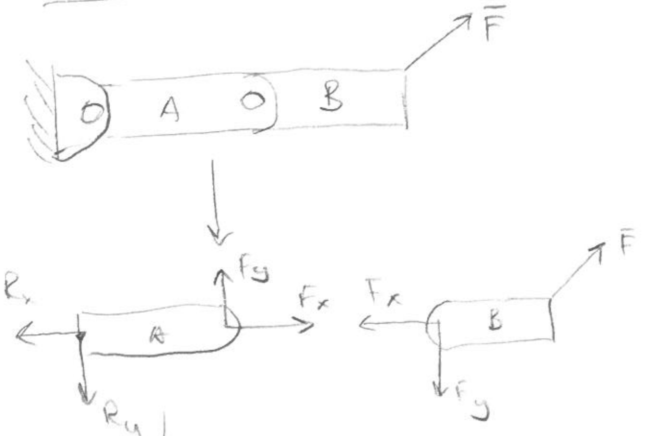
f) Består systemet av flera delsystem?
Snitta och frilägg delsystem! Räkna sedan jämvikt på alla delsystem!

Objekt förbundna med rep — Inför spännkraft!



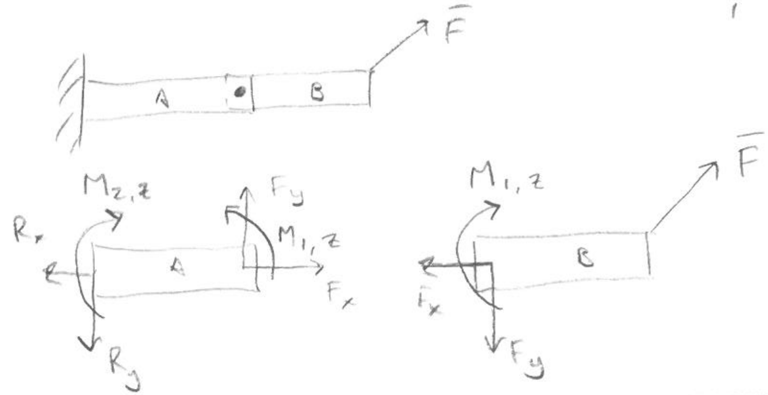
Objekt i kontakt med andra ytor — Inför normal- och friktionskrafter!

Objekt i kontakt med glatt led — Inför reaktionskrafter i leder!



Obs! Denna del kan ej vara i jämvikt! Ser ni varför?

Objekt i kontakt med fix led — Inför reaktionskrafter och reaktionsmoment i leder!



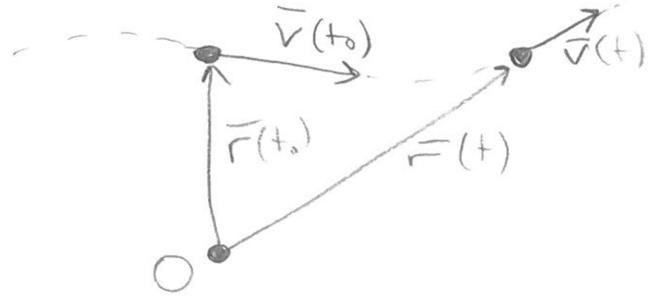
Mer exempel på sidan 86-87!

Viktigt vid friläggning av delsystem

1) Kraft och moment från objekt A på objekt B är lika stora men motriktade kraft och moment från B på A!

2) Har man antagit en riktning på sina införda krafter men får ett negativt svar?
⇒ Den korrekta riktningen är motsatt den antagna riktningen!

Kinematik



Vi vill beskriva ett föremåls rörelse

I kart. koord:

$\bar{r} = (x, y, z)$

$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$

$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = (\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$

Om vi vet

$\rightarrow \bar{a}(\bar{v}, \bar{r}, t)$

$\rightarrow$ BV : $\bar{v}(t_0), \bar{r}(t_0)$

$\xrightarrow{\text{integrering}} \underline{\underline{\bar{r}(t)}}$

Typiska problemformuleringar (rätlinj. rörelse, 1D)

I) $\boxed{\ddot{x} = f(t) \text{ givet}}$

Om $\dot{x}(t)$ sökes:

1) $\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt} = f(t)$

2) $d\dot{x} = f(t)\,dt$

3) Integrera $\Rightarrow \underline{\underline{\dot{x}(t)}}$

Om $x(t)$ sökes:

4) $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$

5) $\dot{x}(t)\,dt = dx$

6) Integrera $\Rightarrow \underline{\underline{x(t)}}$

II) $\boxed{\ddot{x} = f(\dot{x}) \text{ givet}}$

Om $\dot{x}(x)$ sökes

1) $\ddot{x} = \dot{x}\frac{d\dot{x}}{dx} = f(\dot{x})$

2) $\frac{\dot{x}}{f(\dot{x})}\,d\dot{x} = dx$

3) Integrera $\Rightarrow \underline{\underline{\dot{x}(x)}}$

Om $\dot{x}(t)$ sökes

1) $\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt} = f(\dot{x})$

2) $\frac{1}{f(\dot{x})}\,d\dot{x} = dt$

3) Integrera $\Rightarrow \underline{\underline{\dot{x}(t)}}$

III) $\boxed{\ddot{x} = f(x) \text{ givet}}$

Om $\dot{x}(x)$ sökes

1) $\ddot{x} = \dot{x}\frac{d\dot{x}}{dx} = f(x)$

2) $\dot{x}\,d\dot{x} = f(x)\,dx$

3) Integrera $\Rightarrow \underline{\underline{\dot{x}(x)}}$

Problem som kan dyka upp

$\frac{\dot{x}}{f(\dot{x})}$ är svår att integrera!?

Tex.

$$\frac{\dot{x}}{f(\dot{x})} = \frac{2\dot{x}}{1+\dot{x}^2} = \frac{d}{dx}\left[\ln(1+\dot{x}^2)\right]$$

$\Rightarrow$ Försök hitta $g(\dot{x})$ så att

$$\frac{d}{d\dot{x}} g(\dot{x}) = \frac{\dot{x}}{f(\dot{x})}$$

Varför? Jo, för att

$$\int \frac{\dot{x}}{f(\dot{x})} d\dot{x} = \int \frac{d}{d\dot{x}} g(\dot{x}) d\dot{x} = g(\dot{x}) + C$$

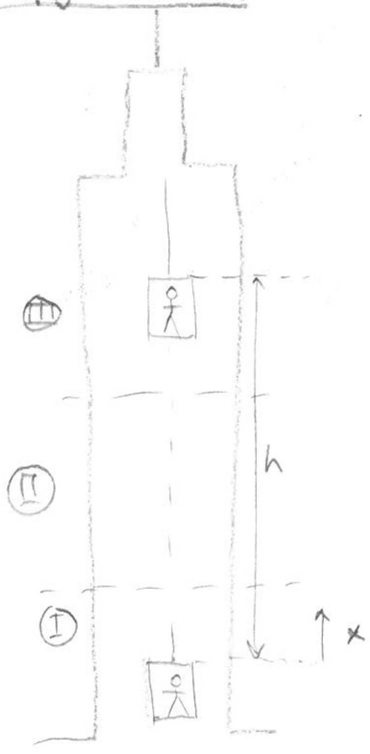
Ska man integrera med gränser?

$\rightarrow$ Smaksak

$$\rightarrow \int_{x_0}^{x} f(x)\,dx = F(x) - \underbrace{F(x_0)}_{=\text{konstant}} = F(x) + C$$

$$\rightarrow \int f(x)\,dx = F(x) + C$$

Uppgift 7.2



Givet

(I) : $\ddot{x} = a_0$

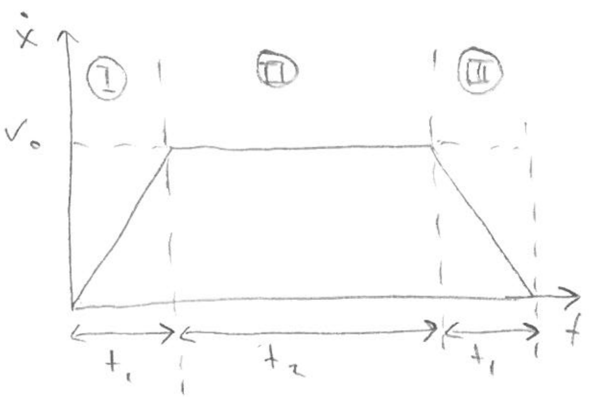
(II) : $\ddot{x} = 0, \ \dot{x} = v_0$

(III) : $\ddot{x} = -a_0$

Sökt

- t för att nå $x = h$

Hastigheten



(Arean i grafen motsvarar sträckan $x = \int \dot{x}\,dt$)

Tiden

$$t = 2t_1 + t_2 \quad (1)$$

Sträckan

$$\frac{v_0 t_1}{2} + v_0 t_2 + \frac{v_0 t_1}{2} = h \quad (2)$$

Accelerationen : (I)

$$a_0 = \frac{v_0}{t_1}$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{v_0}{a_0} \quad (3)$$

(2) $\times$ (3) $\Rightarrow$

$$\frac{v_0^2}{a_0} + v_0 t_2 = h$$

$$t_2 = \frac{h - \frac{v_0^2}{a_0}}{v_0} = \frac{h}{v_0} - \frac{v_0}{a_0} \quad (4)$$

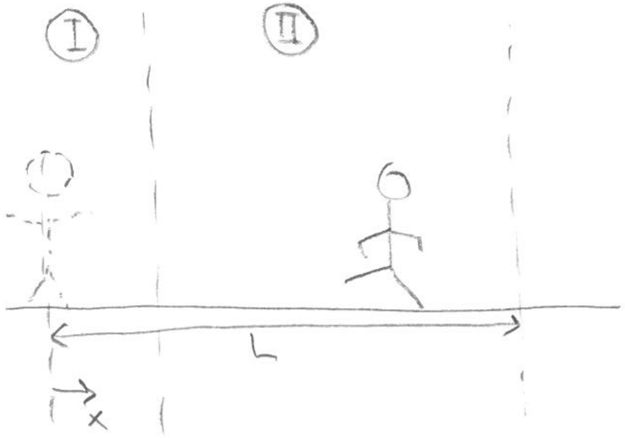
(1), (3), (4) $\Rightarrow$

$$t = 2\frac{v_0}{a_0} + \frac{h}{v_0} - \frac{v_0}{a_0} = \underline{\underline{\frac{v_0}{a_0} + \frac{h}{v_0}}}$$

Om $h = 300\,m$, $v_0 = 5\,m/s$, $a_0 = 2\,m/s^2$

$$\Rightarrow \underline{\underline{t = 62.5\,s}}$$

Uppgift 7.4



Givet

I : $t_1 = 2s$, $\ddot{x} = a_0$

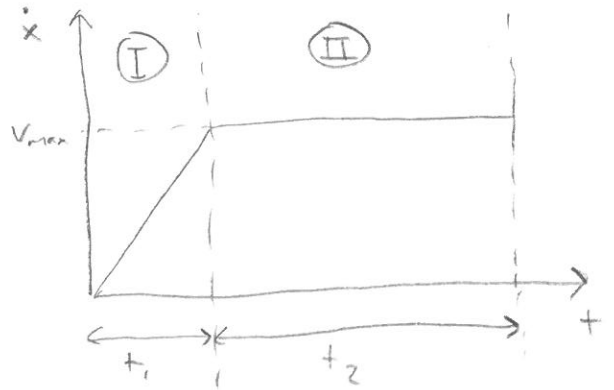
II : $\ddot{x} = 0$, $\dot{x} = V_{max}$

- $t = t_1 + t_2 = 10s$
- $x(t) = L = 100m$

Sökt

- a_0 & V_{max}

Hastigheten



Tiden

$t = t_1 + t_2$ (1)

Sträckan

$L = \frac{V_{max} \cdot t_1}{2} + V_{max} t_2$ (2)

Accelerationen i I

$a_0 = \frac{V_{max}}{t_1}$ (3)

(1) & (3) ⇒

$t_2 = t - t_1$ (4)

(2) & (4) ⇒

$$L = \frac{V_{max} t_1}{2} + V_{max}(t - t_1) =$$

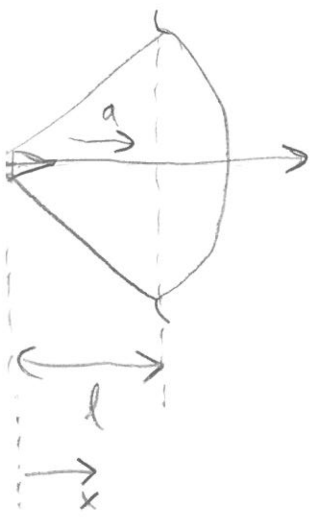
$$= V_{max} t - \frac{V_{max} t_1}{2} = V_{max}\left(t - \frac{t_1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow V_{max} = \frac{L}{t - \frac{t_1}{2}} = \begin{bmatrix} L = 100m \\ t = 10s \\ t_1 = 2s \end{bmatrix} = \frac{100}{9} \, m/s \approx 11.1 \, m/s$$

(3) ⇒

$$a_0 = \frac{V_{max}}{t_1} = [\text{m. givna värden}] = \frac{100}{9 \cdot 2} \, m/s^2 \approx 5.6 \, m/s^2$$

Uppgift 1.5



Givet

- $\ddot{x}(x) = a_0\left(1 - \frac{x}{\ell}\right)$
- $\dot{x}(x=0) = 0$
- $\ddot{x}(x \geq \ell) = 0$

Sökt

- $V_{max} = \dot{x}(x \geq \ell)$
- $\dot{x}(x) = v(x)$

Vi har givet

$$\frac{d\dot{x}}{dt} = a_0\left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \qquad (\ddot{x} = f(x))$$

Vi skriver om derivatan

$$\dot{x}\frac{d\dot{x}}{dx} = a_0 - a_0\frac{x}{\ell}$$

$$\dot{x}\,d\dot{x} = \left(a_0 - a_0\frac{x}{\ell}\right)dx$$

Vi integrerar

$$\frac{\dot{x}^2}{2} = a_0 x - a_0\frac{x^2}{2\ell} + C_1 \qquad (1)$$

BV: $\dot{x}(x=0) = 0$

$\Rightarrow C_1 = 0$

$(1) \Rightarrow$

$$\dot{x}(x) = \sqrt{2a_0\left(x - \frac{x^2}{2\ell}\right)}$$

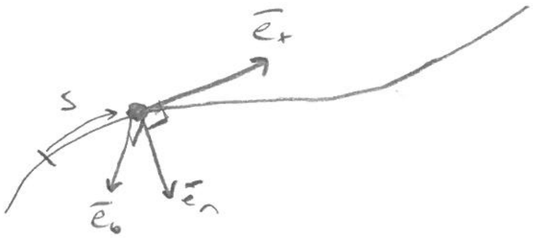
$$V_{max} = \dot{x}(x=\ell) = \sqrt{2a_0\left(\ell - \frac{\ell^2}{2\ell}\right)} = \sqrt{a_0\ell}$$

Om $a_0 = 5000\,m/s^2$ och $\ell = 0.5\,m$

$$V_{max} = \sqrt{5000 \cdot 0.5}\ m/s = \sqrt{25 \cdot 100}\ m/s = 50\ m/s$$

Naturliga koordinater

spårbunden rörelse



$$\bar{e}_b = \bar{e}_t \times \bar{e}_n$$

$$\bar{r} = \bar{r}(s)$$

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} = \underbrace{\frac{d\bar{r}}{ds}}_{\bar{e}_t} \cdot \underbrace{\frac{ds}{dt}}_{\dot{s}} = \dot{s}\bar{e}_t$$

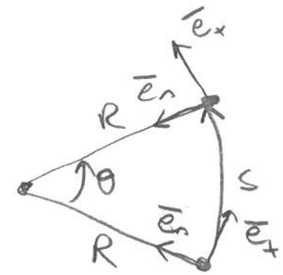
$$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \ddot{s}\bar{e}_t + \dot{s}\frac{d\bar{e}_t}{dt} = \ddot{s}\bar{e}_t + \dot{s}\underbrace{\frac{d\bar{e}_t}{ds}}_{=\bar{e}_n/\rho} \cdot \frac{ds}{dt} =$$

$$= \ddot{s}\bar{e}_t + \frac{\dot{s}^2}{\rho}\bar{e}_n$$

Krökningsradie

$$\rho = \frac{v^3}{|\bar{v} \times \bar{a}|}$$

Spec. fall: Cirkelrörelse



$$s = R \cdot \theta$$

$$\dot{s} = R \cdot \dot{\theta}$$

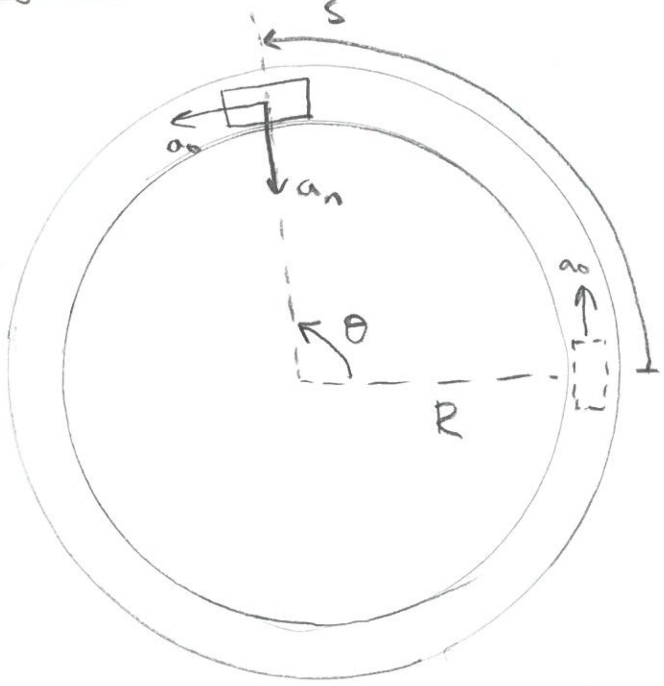
$$\ddot{s} = R \cdot \ddot{\theta}$$

Krökningsradie

$$\rho = R$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} \bar{r} &= \bar{r}(s) \\ \bar{v} &= R\dot{\theta}\bar{e}_t \\ \bar{a} &= R\ddot{\theta}\bar{e}_t + \frac{R^2\dot{\theta}^2}{R}\bar{e}_n = R\ddot{\theta}\bar{e}_t + R\dot{\theta}^2\bar{e}_n \end{aligned}}$$

Uppgift 7.11



Givet

- $a_t = a_0$
- R
- $\dot{s}(t=0) = 0$

Sökt

- s, då $a_n = \frac{\dot{s}^2}{R} = a_0$

Hastigheten och sträckan ges av

$$\ddot{s} = a_0$$

$$\dot{s} = a_0 t + \cancel{C_1}^{\,0} \quad (1)$$

$$s = \frac{a_0 t^2}{2} + \cancel{C_2}^{\,0} \quad (2)$$

Accelerationen i nat. koord.

$$\bar{a} = \ddot{s}\bar{e}_t + \frac{\dot{s}^2}{R}\bar{e}_n = \underbrace{a_0}_{a_t}\bar{e}_t + \underbrace{\frac{a_0^2 t^2}{R}}_{a_n}\bar{e}_n$$

Vid vilken tid t_1 är $a_t = a_n$?

$$a_0 = \frac{a_0^2 t_1^2}{R} \Rightarrow t_1^2 = \frac{R}{a_0} \quad (3)$$

Sträckan vid $t = t_1$

(2) & (3) ⇒

$$s_1 = s(t_1) = \frac{a_0}{2} \cdot t_1^2 = \frac{a_0}{2} \cdot \frac{R}{a_0} = \underline{\underline{\frac{R}{2}}}$$

Uppgift 7.11 / Med kartesiska koord. forts.

$\Rightarrow$

$$\bar{a}_n = \left[-R\dot{\theta}^2\cos\theta - \cancel{R\ddot{\theta}\sin\theta} + \cancel{R\ddot{\theta}\sin\theta}\right]\bar{e}_x +$$

$$+\left[-R\dot{\theta}^2\sin\theta + \cancel{R\ddot{\theta}\cos\theta} - \cancel{R\ddot{\theta}\cos\theta}\right]\bar{e}_y =$$

$$= R\dot{\theta}^2(-\cos\theta_1 - \sin\theta, 0)$$

Beloppet av $\bar{a}_n$

$$a_n = R\dot{\theta}^2\underbrace{\sqrt{\cos^2\theta + \sin^2\theta}}_{=1} = R\dot{\theta}^2$$

När är $a_n = a_t = a_0$? Det är då $\theta = \theta_1$ & $\dot{\theta} = \dot{\theta}_1$ vid $t = t_1$

$$a_n = R\dot{\theta}_1^2 = a_0 \quad (4)$$

$$a_t = R\ddot{\theta} = a_0 \quad (5)$$

$$(5) \Rightarrow R\frac{d\dot{\theta}}{dt} = a_0 \, !$$

Integrering

$$\dot{\theta} = \frac{a_0}{R}t + \cancel{C} \quad (6)$$

$=0$, pga BV

integrering igen

$$\theta = \frac{a_0 t^2}{2R} + \cancel{C_1} \quad (7)$$

$=0$ pga BV

(4) & (6) ger vilken tid t_1 som komponenterna är lika

$$\Rightarrow a_0 = R\cdot\Bigl(\overbrace{\frac{a_0 t_1}{R}}^{=\dot{\theta}_1}\Bigr)^2 = \frac{a_0^2 t_1^2}{R}$$

$$t_1^2 = \frac{R}{a_0} \quad (8)$$

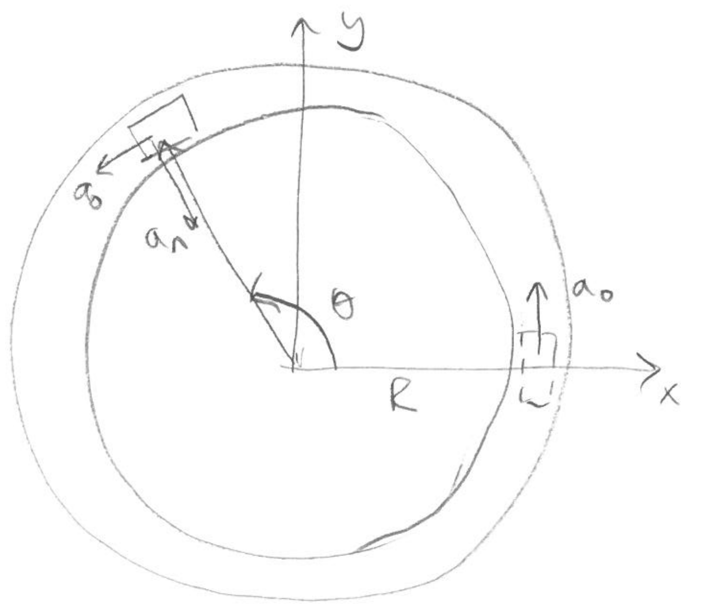
Vad är vinkeln vid $t = t_1$?

$$(7) \Rightarrow \theta_1 = \frac{a_0 t_1^2}{2R} = \frac{\cancel{a_0}}{2R}\cdot\frac{R}{\cancel{a_0}} = \frac{1}{2} \quad (8)$$

Vad är sträckan?

$$S_1 = R\cdot\theta_1 = \frac{R}{2}$$

Uppgift 7.11 | Kartesiska koord.



Givet

- $a_t = a_0 = $ konstant
- R
- $\dot{s}(t=0)=0$

Sökt

- s, då
  $a_n = a_0$

Bilens position beskrivs av

$$\bar{r}_p = R\cos\theta\,\bar{e}_x + R\sin\theta\,\bar{e}_y$$

Hastighet

$$\bar{v}_p = -R\sin\theta\cdot\dot{\theta}\,\bar{e}_x + R\cos\theta\cdot\dot{\theta}\,\bar{e}_y$$

Acceleration

$$\bar{a}_p = \underbrace{\left[-R\dot{\theta}^2\cos\theta - R\sin\theta\cdot\ddot{\theta}\right]}_{a_{px}}\bar{e}_x + \underbrace{\left[-R\dot{\theta}^2\sin\theta + R\cos\theta\cdot\ddot{\theta}\right]}_{a_{py}}\bar{e}_y$$

Tangentiella accelerationen fås genom projicering

$$\bar{a}_t = \underbrace{\left(\bar{a}_p\cdot\bar{e}_t\right)}_{=a_t=a_0}\bar{e}_t \Rightarrow a_0 = \bar{a}_p\cdot\bar{e}_t \quad (1)$$

Tangentiella enhetsvektorn

$$\bar{e}_t = \frac{\bar{v}_p}{v_p} = \frac{(-R\dot{\theta}\sin\theta,\, R\dot{\theta}\cos\theta,\, 0)}{\sqrt{R^2\dot{\theta}^2\sin^2\theta + R^2\dot{\theta}^2\cos\theta}} =$$

$$= \frac{(-R\dot{\theta}\sin\theta,\, R\dot{\theta}\cos\theta,\, 0)}{R\dot{\theta}} = (-\sin\theta, \cos\theta, 0) \quad (2)$$

(1) & (2) $\Rightarrow$

$$\left[-R\dot{\theta}^2\cos\theta - R\ddot{\theta}\sin\theta\right](-\sin\theta) + \left[-R\dot{\theta}^2\sin\theta + R\ddot{\theta}\cos\theta\right]\cos\theta = a_0$$

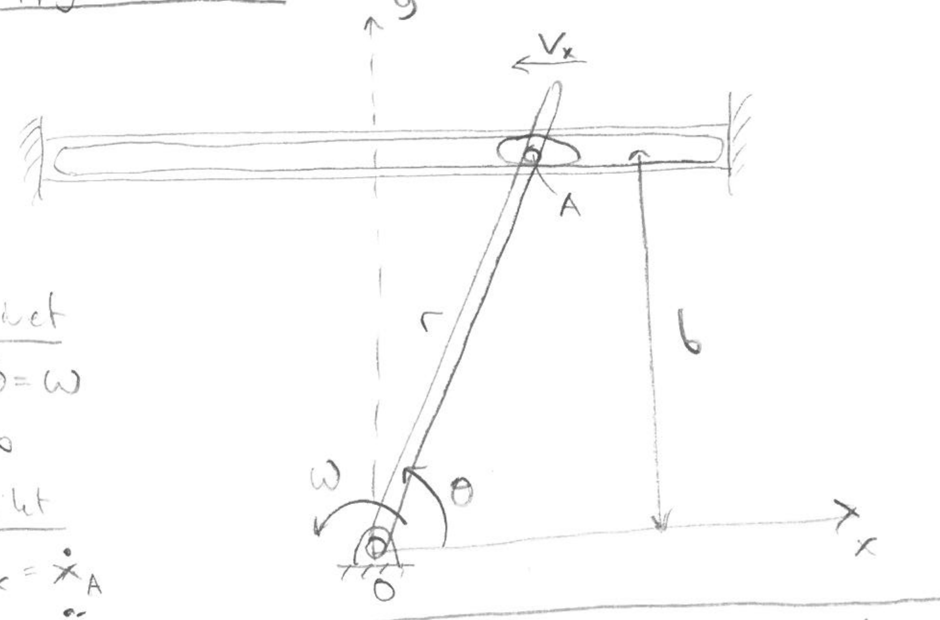
$$R\ddot{\theta}\sin^2\theta + R\ddot{\theta}\cos^2\theta = a_0$$

$$a_0 = R\ddot{\theta} \quad (3)$$

Normalaccelerationen

$$\bar{a}_n = \bar{a} - \bar{a}_t = (a_{px}, a_{py}, 0) - R\ddot{\theta}(-\sin\theta, \cos\theta, 0)$$

Uppgift 7.15



Givet
- $\dot{\theta} = \omega$
- b

Sökt
- $v_x = \dot{x}_A$
- $a_x = \ddot{x}_A$

Obs! A utför en <u>rätlinjig</u> rörelse!

Uttryck A:s x-position, x_A

$$x_A = \frac{b}{\tan\theta} = b\,\frac{\cos\theta}{\sin\theta} = b\cos\theta\,(\sin\theta)^{-1}$$

Derivera

$$\dot{x}_A = -b\sin\theta\cdot\dot{\theta}\,(\sin\theta)^{-1} - b\cos\theta\cdot(\sin\theta)^{-2}\cos\theta\cdot\dot{\theta} =$$

$$= -b\dot{\theta} - b\dot{\theta}\,\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta} = -\left(\frac{b\dot{\theta}\sin^2\theta + b\dot{\theta}\cos^2\theta}{\sin^2\theta}\right) =$$

$$= -\frac{b\dot{\theta}}{\sin^2\theta} \quad (1)$$

Derivera igen

$$\ddot{x}_A = \frac{d}{dt}\left[-b\dot{\theta}\,(\sin\theta)^{-2}\right] =$$

$$= -b\ddot{\theta}\,(\sin\theta)^{-2} + 2b\dot{\theta}\,(\sin\theta)^{-3}\cos\theta\cdot\dot{\theta} =$$

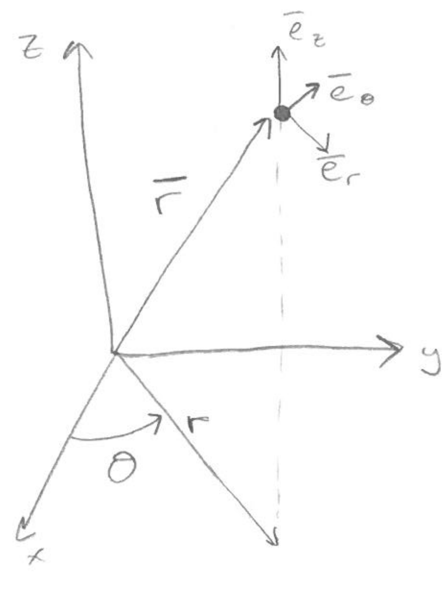
$$= -\frac{b\ddot{\theta}}{\sin^2\theta} + \frac{2b\dot{\theta}^2\cos\theta}{\sin^3\theta} \quad (2)$$

$v_x = \dot{x}_A$, $a_x = \ddot{x}_A$, $\dot{\theta} = \omega$, $\ddot{\theta} = 0$

(1) & (2) $\Rightarrow$

$$\boxed{v_x = -\frac{b\omega}{\sin^2\theta} \qquad a_x = 2b\omega^2\cdot\frac{\cos\theta}{\sin^3\theta}}$$

Cylinderkoordinater



Kom ihåg:

$\dot{\bar{e}}_r = \dot{\theta}\bar{e}_\theta$

$\dot{\bar{e}}_\theta = -\dot{\theta}\bar{e}_r$

$$\bar{r} = r\bar{e}_r + z\bar{e}_z$$

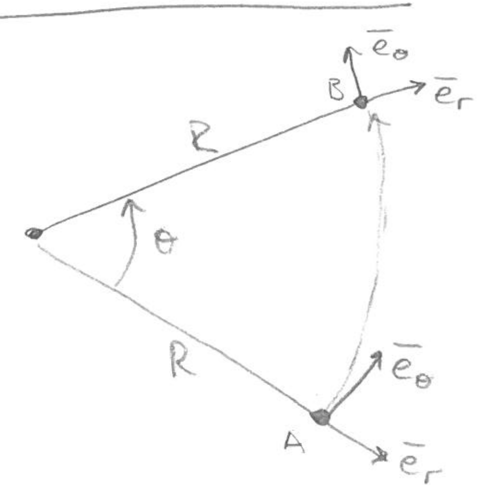
$$\bar{v} = \dot{r}\bar{e}_r + r\dot{\bar{e}}_r + \dot{z}\bar{e}_z =$$

$$= \dot{r}\bar{e}_r + r\dot{\theta}\bar{e}_\theta + \dot{z}\bar{e}_z$$

$$\bar{a} = \ddot{r}\bar{e}_r + \underbrace{\dot{r}\dot{\bar{e}}_r}_{\dot{r}\dot{\theta}\bar{e}_\theta} + \dot{r}\dot{\theta}\bar{e}_\theta + r\ddot{\theta}\bar{e}_\theta + \underbrace{r\dot{\theta}\dot{\bar{e}}_\theta}_{-r\dot{\theta}^2\bar{e}_r} + \ddot{z}\bar{e}_z$$

$$\Rightarrow \bar{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\bar{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\bar{e}_\theta + \ddot{z}\bar{e}_z$$

Ex: Cirkelrörelse



$r = R$

$\dot{r} = \ddot{r} = 0$

$\dot{z} = \ddot{z} = 0$

$$\bar{r} = r\bar{e}_r + z\bar{e}_z$$

$$\bar{v} = R\dot{\theta}\bar{e}_\theta$$

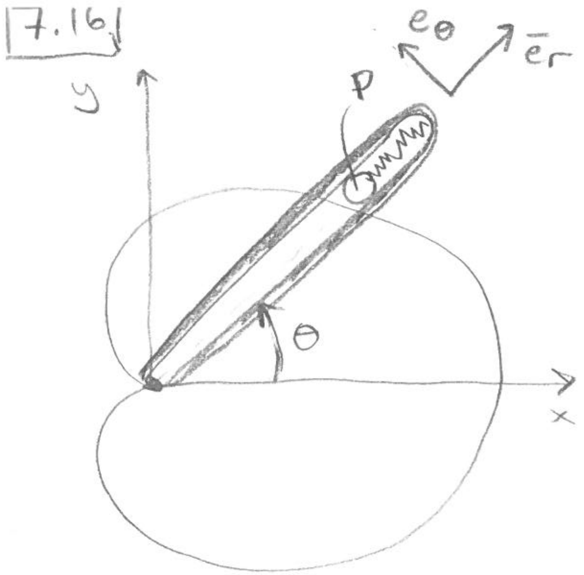
$$\bar{a} = -R\dot{\theta}^2\bar{e}_r + R\ddot{\theta}\bar{e}_\theta$$

(jämför med naturliga koordinater!)

Obs:

Planpolära koord. = Cylkoord. utan z-rikt. (2D)

$\boxed{7.16}$



Givet

$\rightarrow r = b(1+\cos\theta)$

$\rightarrow \dot{\theta} = \omega$

Sökt

$\rightarrow \bar{V}_p$ & $\bar{a}_p$

för $\theta = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$

Roterande rörelse m. varierande radie
$\rightarrow$ cyl. koord!

$$\bar{V}_p = \dot{r}\bar{e}_r + r\dot{\theta}\bar{e}_\theta + \overset{0}{\cancel{\dot{z}}}\bar{e}_z \quad (1)$$

$$\bar{a}_r = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\bar{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\bar{e}_\theta + \overset{0}{\cancel{\ddot{z}}}\bar{e}_z \quad (2)$$

Vi identifierar

$r = b(1+\cos\theta)$ $\quad\quad \theta = \omega t$

$\dot{r} = -b\sin\theta\cdot\dot{\theta}$ $\quad\quad \dot{\theta} = \omega$

$\ddot{r} = -b\cos\theta\cdot\dot{\theta}^2 - b\sin\theta\cdot\ddot{\theta}$ $\quad\quad \ddot{\theta} = 0$

$\dot{r} = -b\omega\sin\theta$

$\ddot{r} = -b\omega^2\cos\theta$

(1) $\Rightarrow$

$$\bar{V}_p = -b\omega\sin\theta\bar{e}_r + b\omega(1+\cos\theta)\bar{e}_\theta \quad (3)$$

(2) $\Rightarrow$

$$\bar{a}_p = \left[-b\omega^2\cos\theta - b\omega^2(1+\cos\theta)\right]\bar{e}_r + 2(-b\omega^2\sin\theta)\bar{e}_\theta =$$

$$= -b\omega^2\left[2\cos\theta + 1\right]\bar{e}_r - 2b\omega^2\sin\theta\,\bar{e}_\theta \quad (4)$$

$\boxed{\theta = 0} \Rightarrow \bar{e}_r = \bar{e}_x, \ \bar{e}_\theta = \bar{e}_y$
$\sin\theta = 0, \ \cos\theta = 1$

$$\boxed{\bar{V}_p = 2b\omega\bar{e}_y \quad \bar{a}_p = -3b\omega^2\bar{e}_x}$$

$\boxed{\theta = \frac{\pi}{2}} \Rightarrow \bar{e}_r = \bar{e}_y, \ \bar{e}_\theta = -\bar{e}_x$
$\sin\theta = 1, \ \cos\theta = 0$

$$\boxed{\bar{V}_p = -b\omega\bar{e}_y - b\omega\bar{e}_x \quad \bar{a}_p = -b\omega^2\bar{e}_y + 2b\omega^2\bar{e}_x}$$

$\boxed{\theta = \pi} \Rightarrow \bar{e}_r = -\bar{e}_x, \ \bar{e}_\theta = -\bar{e}_y$
$\sin\theta = 0, \ \cos\theta = -1$

$$\boxed{\bar{V}_p = \bar{0} \quad \bar{a}_p = -b\omega^2[-2+1](-\bar{e}_x) = -b\omega^2\bar{e}_x}$$

$\boxed{\theta = 3\pi/2} \Rightarrow \bar{e}_r = -\bar{e}_y, \ e_\theta = \bar{e}_x, \ \sin\theta = -1, \ \cos\theta = 0$

$$\boxed{\bar{V}_p = -b\omega\bar{e}_y + b\omega\bar{e}_x \quad \bar{a}_p = b\omega^2\bar{e}_y + 2b\omega^2\bar{e}_x}$$

När ska man använda olika koordinatsystem?

Rotation

→ Cirkelrörelse
(konstant radie)

Nat. eller cyl.

→ Ej konstant radie

Cyl.

Translation

→ Acceleration i en rumsfix riktn. (t.ex kastbana)

Kart.

→ Bankurva $\bar{r}(s)$ given
krökningsradie given $g(s)$

Nat.